THE
WILLIAM R. PERKINS
LIBRARY
OF
DUKE UNIVERSITY

Rare Books

5.—

[illegible] Brunet et [illegible]

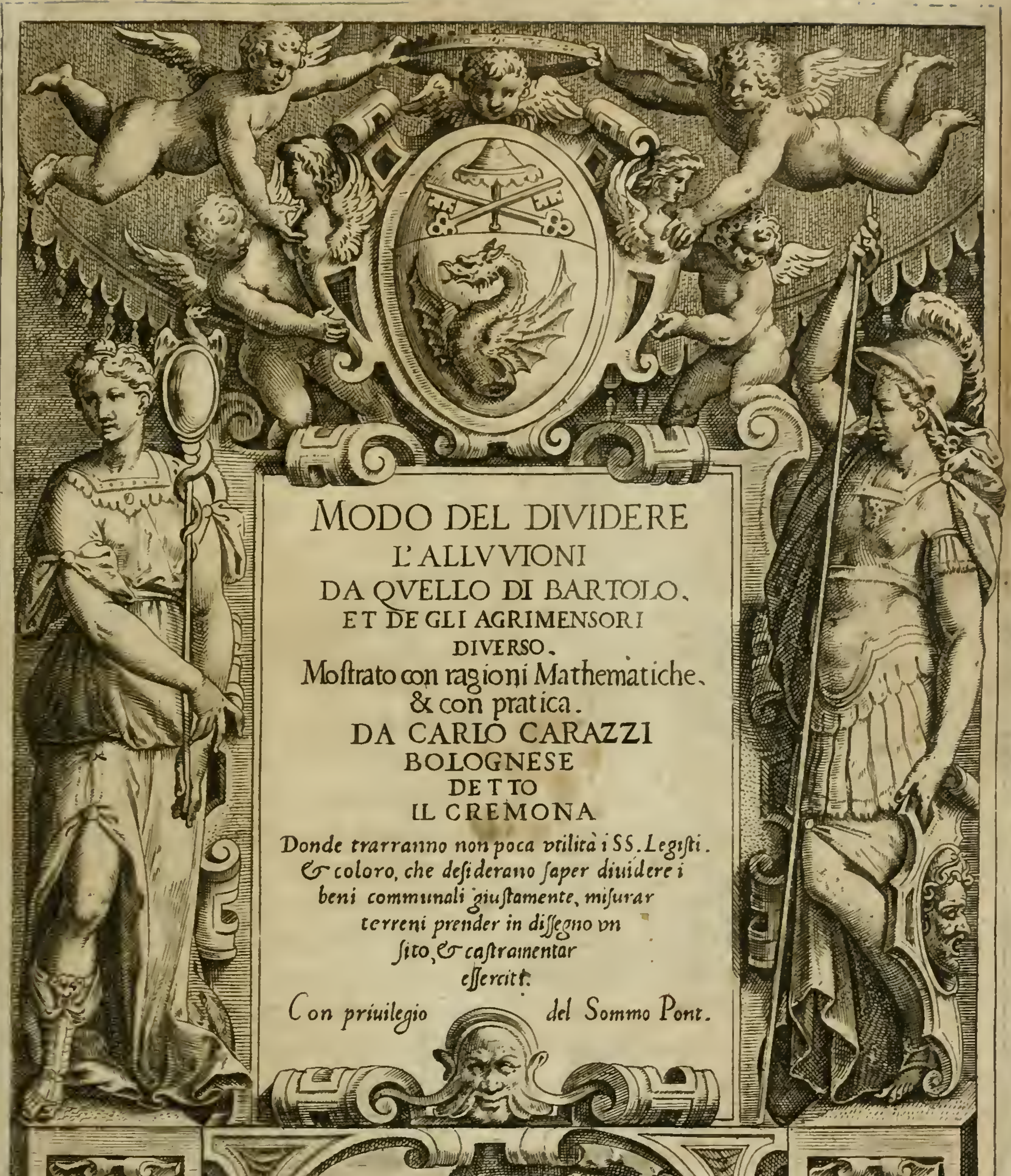
Livre gravé (marque répétée) [illegible] texte et [illegible] vignettes [illegible] sur cuivre ou [illegible] dans le texte.

Rel. moderne [illegible] C. David
rare!

Sheets # "+3" and "+4" (Dubitationi) missing

Digitized by the Internet Archive
in 2011 with funding from
Duke University Libraries

http://www.archive.org/details/mododeldividerel00cara



MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI DA QVELLO DI BARTOLO, ET DE GLI AGRIMENSORI DIVERSO.

Mostrato con ragioni Mathematiche, & con pratica.

DA CARLO CARAZZI BOLOGNESE DETTO IL CREMONA

Donde trarranno non poca vtilità i SS. Legisti. & coloro, che desiderano saper diuidere i beni communali giustamente, misurar terreni prender in dissegno vn sito, & castramentar esserciti.

Con priuilegio del Sommo Pont.

IN BOLOGNA, PER GIO. ROSSI MDLXXIX.
Con licentia de' Superiori.

C262M

GREGORIVS PAPA XIII.

AD PERPETVAM REI MEMORIAM. Cum, prout nobis relatum eſt, dilectus filius Carolus de Caratijs, Cremona nuncupatus, Ciuis Bonon. quoddam nouũ opus, cuius titulus, ſeu inſcriptio eſt. Modus diuidendi Alluuiones à Bartolo, & Agrimenſoribus diuerſis, ad publicum, & cõmune omnium ſtudioſorum commodum imprimere, ſeu imprimi facere intendat, dubitetq; nè huiuſmodi opus poſtmodum ab alijs ſine eius licentia imprimatur, quod maximum ſui, ſuorumq; omnium eſſet detrimentum. Nos propterea illius commodo, ac honori conſulere volentes, Motu proprio, & ex certa noſtra ſcientia, non ad ipſius Caroli, vel cuiuſuis alterius nobis ſuper hoc oblatæ petitionis inſtantiam eidem Carolo, nè prædictum opus, poſtquàm per ordinarios locorum, & hæreticæ prauitatis Inquiſitores examinatum fuerit, per quindecim annos poſt eiuſdem operis impreſsionem à quocunque, vel quibuscunq; ſine ipſius Caroli licentia imprimi, ſeu impreſſum vendi, in aliamuè linguam reddi, aut redditum Typis tradi, venaleuè exponi præterquàm eidem Carolo ſucceſſoribusq; ſuis, vel de eius, aut illorum voluntate impreſſum, aut imprimendum teneri poſsit, concedimus, & indulgemus. Inhibentes omnibus, & ſingulis Chriſti fidelibus tàm Italiam, quàm extra regiones colentib. præſertim Bibliopolis, & librorum impreſſoribus in terris Sanctæ Romanæ Eccleſiæ mediatè, vel immediatè ſubiectis, ſub quingentorũ ducatorũ Cameræ Apoſtolicæ aſsignandorum, & in ſuper amiſsionis librorum pœnis toties ipſo facto, & abſque alia declaratione incurren. quoties contrauentum fuerit, nè quicquam contra præſentium tenorem facere præſumãt. Mandantes etiam vniuerſis venerabilibus Fratribus, Epiſcopis, Archiepiſcopis, eorumq; Vicarijs in ſpiritualibus generalibus, & in ſtatu temporali Sanctæ Romanæ Eccleſiæ etiam Legatis, & Vicelegatis Sedis Apoſtolicæ, aut ipſius ſtatus Gubernatoribus, vt quoties pro ipſius Caroli, & ſucceſſorum ſuorum parte fuerint

requiſiti, vel eorum aliquis fuerit requiſitus, eidem Carolo, ſeu eius hæredibus efficacis defenſionis præſidio aſsiſtentem, præmiſſa ad omnem dicti Caroli, ſeu dictorum hæredum petitionem contra inobedientes, & rebelles, per cenſuras eccleſiaſticas, etiam illos ſæpius aggrauando, & per alia iuris remedia auctoritate Apoſtolica exequantur, inuocato etiam ad hoc, ſi opus fuerit, auxilio brachij Sæcularis, contrarijs non obſtantibus quibuſcunque. Et inſuper quia difficile admodū eſſet præſentes ad quodlibet forum deferri; volumus, & Apoſtolica auctoritate decernimus ipſarum præſentium tranſumptis, vel exemplis in ipſo opere impreſsis, plenam, & eandem prorſus fidem, vbiq; tàm in iudicio, quàm extra haberi, quæ præſenti originali haberetur.

Dat. Romæ apud Sanctum Petrum ſub Annulo Piſcatoris die XXIX. Aprilis. MDLXXIX. Pontificatus Noſtri Anno ſeptimo.

Cæſer Glorierius.

AVTORI NOMINATI NELL'OPERA.

Alberto Magno.
Apollonio Pergeo.
Archimede.
Ariſtotile.
Baldo.
Bartolo.
Benedetto Vittorio.
Carpo.
Euclide.
Eudemo.
Eutocio Aſcolonita.
Galeno.
Gemino.
Giuſtiniano Imperatore.
Menelao Romano.
Nicolò Copernico.
Onopide.
Pitagora.
Plutarco.
Procolo Diadoco.
Tolomeo.
Vitelleone.
Vitruuio.

ALL'ILLVSTRISS.MO ET ECC.MO
SIGNORE, ET PADRONE COLENDISSIMO,
Il Signore Marcheſe Boncompagni Generale di Santa Chieſa, &c.

PERCHE *il deſiderio di ſapere è à gli huomini naturale, io hò ſempre creduto non eſſere huomo, chi non deſidera di ſapere, & perconſeguente, chi, con ogni ſtudio non cerca vincere le difficultà, che apporta la cognitione delle coſe. Ma chi eſſeguiſce tal deſiderio, ſuperando per induſtria ſua ogni difficultà, quello hò ben creduto veramente huomo, & degno di eſſere trà gli altri apprezzato. Per queſto hò ſempre ammirata in V. Eccell. Illuſtriſs. fin da' ſuoi primi anni, quella vaghezza d'intelletto; il quale, non contento della cognitione d'vna, & d'vn'altra facoltà, ſi è continuamente riuolto à nuoue diſcipline. Et per queſto medeſimo, io anchora, trà tutti quelli impedimenti, che la qualità della profeſſion mia, & l'humiltà del mio ſtato m'apprcuano, hò cercato applicar l'animo alle ſcienze Mathematiche, come à più certe di qualunque altra diſciplina humana, & prima con la guida del dottiſſimo M. Guglielmo Dolfi noſtro Bologneſe; poi leggendo di continuo i buoni; & antichi Autori, vi hò ſpeſo di molti anni tutto quel tempo, che l'eſſercitio mio mi hà conceſſo, & ſe non con molto frutto, almeno con hauere moſtrato volontà di farmi meriteuole in parte del nome di huomo.*

Ma, perche l'huomo, sì come è bisognoso dell'aiuto altrui per natura; così ancho deue cercare di giouare altrui naturalmente, pensai (sendomisi gli anni passati presentata occasione di trouarmi in vn fatto di diuision d'alluuione, nel quale il Giudice di gran letteratura affermaua, che non si terminaua alcuna di queste lite per giudicio, colpa della imperfettione, che si vedeua ne i modi sì di Bartolo, come de gli Agrimensori) che le vigilie, & fatiche mie potessero apportare qualche giouamento altrui, & considerando che il modo di tal diuisione poteua riceuere perfettione, & regola certa dalle facoltà Mathematiche, mi risolsi subito voler tentare di ritrouare qual fosse il vero: il che parmi hauer fatto, adherendoui il giudicio di ottimi Leggisti. Et essendomi lasciato persuadere di darlo alla Stampa, lo dono humilmente à V. Ecc.za Ill.ma, si perche maggiormente ella conosca l'antica mia deuotione verso lei, sì ancho perche sò quanto sia versata nella Geometria, maßimamente dopò la scorta del virtuosißimo Signore Fabrino Mantacheti; & ancho perche il prendere in dissegno vn sito d'alluuione può seruire alla profeßion sua del Generale d'esserciti; col dissegnar siti, & piante di fortificationi: & il compartire il terreno proportionatamente à gli interessati con l'adito al fiume, al modo di castramentare, compartendo lo spatio con proportione à i quartieri de' Soldati con le loro piazze, & strade conuenienti all'esito nelle strade principali. Resta che V. Eccell. Illustriß. accetti più tosto l'animo del donatore, che il dono, & mi tenga per quel vero seruo, che anticamente le sono, si come humilmente la supplico, & humilmente le bacio la mano, desiderandole longa felicità.

Di Bologna alli IIII. di Luglio. MDLXXIX.

Di V. Eccellen. Illustriß.

Humiliß. & douotiß. seruo.

Carlo Carazza.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carrazzi, detto il Cremona.

TRATTATO PRIMO.

Dell'intentione dell'Autore nel trattare delle alluuioni. Cap. Primo.

L'INTENTION mia è di moſtrare vn modo conueniente di diuidere quel terreno, ch'accreſciuto da i fiumi, vien detto Alluuione; à fin che ciaſcuno de gl'intereſſati nella detta diuiſione habbia il ſuo proportionatamente, ſecondo la larghezza della fronte regolata del ſuo campo, che termina con eſſa alluuione, & inſieme l'adito al fiume.

Il che, à giudicio mio, non è coſa facile da trouarſi; percioche la legge, che ne ragiona non pur l'accenna: ma più toſto tocca il modo di diuidere l'iſola, & i letti de i fiumi, il quale in ſe ſteſſo non è coſa difficile. Oltra di ciò, fin'al preſente forſe non ſi troua chi n'habbia ſcritto, ſe non Bartolo da Saſſoferrato, riducendolo ad arte, che apporta più toſto difficoltà, che riſolutione. Ma queſta ſpero, che ſarà non poco vtile, & aſſai facile, mediante la quale ſi ritroua modo atto ad acquetare gli animi de gl'inte-

reſſati, e di far ceſſare le liti: le quali, ſe ſaranno moſſe, potranno i giuſti Giudici per ſentenza terminare.

Il che fin'ad hora non ſi è fatto, ch'io creda, fondatamente almeno: ma ſolo alle liti quindi nate (dopò l'hauere longamente, e con ſtraordinarie ſpeſe litigato) ſi è impoſto, con l'accordarſi, fine. Verrò dimoſtrãdo queſta mia intentione, diuiſa in cinque Trattati, con tal ordine, che nel primo Trattato prouarò, che il modo, il quale ſarà da me propoſto è il vero, & conueniente. Nel ſecondo (perche ſono per procedere con ragioni Euclidiane) porrò quei principij iſteſsi di Euclide, i quali ſtimarò atti à porgere aiuto all'intention mia. Nel terzo, douendoſi fare la diuiſione dell'Alluuione proportionatamente, ragionerò delle Proportioni, & per queſto medeſimo riſpetto, dirò nel quarto della diuiſione proportionata delle Linee, & delle Superficie. Et nel quinto, & vltimo deſcenderò à i caſi da diuiderſi. Et ſe forſe pareſſe ad alcuno, ch'io procedeſsi con tal ragioni, che ricercano nel Lettore molta intelligenza delle Mathematiche, & che per queſto ſia il modo per riuſcir difficile: Onde douendo eſſere ignoto per il più à Periti, & Agrimenſori, à i quali ſi ſpetta l'vfficio di queſte diuiſioni, verrebbe ad eſſer reputata queſta mia fatica poco fruttuoſa. Auertiſcaſi, che mi baſta di moſtrare con le ragioni ſcientifiche la verità del modo da me ritrouato, col quale vn'intendente potrà ordinare così eſquiſitamente la diuiſione dell'Alluuioni, che da gli Agrimenſori ciaſcuno de gl'intereſſati haurà il ſuo. Cercherò anchora di abbaſſarmi tanto ne i caſi, che proporrò, che ogni mezanamente introdotto, & mediocremente erudito nelle Mathematiche potrà à pieno intendermi, & in molti caſi hora con Numeri, & hora con la Pratica agrimenſoria, moſtrarò vn modo, che potrà ſodisfare alla peritia: proponendo vltimamente duo caſi, moſtrati con la pratica ſteſſa ſola: da i quai luoghi ſi potrebbe raccogliere vn trattato, che conteneſſe tutta la preſente Arte praticalmente, con la quale gli Agrimenſori, ſenza molta fatica, potrebbono venire ad vna ragioneuole diuiſione.

Due conditioni conuenienti al modo della diuiſione. Cap. II.

IL modo di diuidere l'alluuioni dee eſſere fondato ſopra la proportione, la quale riſguarda principalmente il terreno da diuiderſi, & poi ſecondariamente il fiume: Onde ſi potrà dire conueniente quella diuiſione, che darà à tutti gl'intereſſati del terreno proportionatamente, & che inſieme mandarà ciaſcuno al fiume. Si è detto, che dee il vero modo eſſer fondato ſopra la proportione; percioche, trattandoſi di dare à più intereſſati quella parte d'vn ben commune, che à ciaſcuno ſi conuiene, è forza valerſi della giuſtitia diſtributiua: la quale, oue non è egual ragione, comparte ſecondo la proportione Geometrica, non ſecondo l'Arithmetica; & noi nel compartire l'alluuione, nella quale non hà ciaſcuno de gl'intereſſati egualmente ragione, debbiamo dare maggiore portione à chi vi hà maggior ragione; & minore à chi ve l'hà minore; & conſeguentemente fondaremo il noſtro modo ſopra la proportione. Queſta è ancho opinione di Baldo in Rub. ff. de rer. diuiſ. Se bene in ciò da pochi Iureconſulti è ſeguitato, come quello, che eſſendo d'eleuato ſpirito, & non meno Filoſofo, che Legiſta, è da pochi inteſo, parte per la breuità, & parte per i termini non conoſciuti. Si è ancho detto, che queſta proportione dee hauer due mire; l'vna, ch'è principale, al terreno; l'altra ſecondaria, al fiume: perche la ſoſtanza da diuiderſi è il terreno: ma, perche à queſta ſoſtanza è aggionto, come accidente il fiume, biſogna hauer riſguardo all'vno, & all'altro. Nè oſta, che la legge faccia ſolamente mentione del terreno: perche ella ſolo ragiona di quello, che è la ſoſtanza della diuiſione: la qual tira poi ſeco la conſideratione del fiume; oltra che, ſe quello ſi dee diuidere, che, come vtile, ſi è acquiſtato; non è dubbio, che l'vtile principale non ſia quello del terreno: ma non è ancho da tralaſciare quello del fiume; ſi perche la preſuntione vuole, che quello medeſimo fiume, che ci

Ariſt. nel v. dell'Ethica.

hà giouato, sia ancho per giouarci nell'auenire, dandoci noua alluuione. Et perche ancho, trahendo noi vtile da tutti gli Elementi, non habbiamo da sprezzare quello dell'acqua: Onde per i commodi che ci ne possono auenire, è molto desiderata da tutti la giurisdittione d'andarui; si ancho, perche, se il mio terreno è prima à canto il fiume, & partendo egli, quel che lascia attaccato al mio si fà mio: non pare minor ragione, che debba essere anchor mio quello, che và di continuo lasciando, come cosa attaccata à quello, ch'è fatto mio, & che per ciò io debba hauer sempre per confine il fiume: poi, se quando il fiume mi tocca, ò mi toglie, ò mi può leuare del buon terreno, & assaltandomi come nimico, mi fà ritirare, & vuole sempre stare attaccato al mio; perche, quando egli mi fugge, non debbo io poterlo seguitare; trahendo vtile della fuga sua, col volerlo sempre toccare col mio terreno? Onde posiamo dire, che se il rispetto al fiume è vn'vtile, e commodo, è conueniente, che chi sente il discommodo, senta ancho il commodo; & se questo è vn danno, & discommodo, è parimente honesto, che chi participa del commodo, participi insieme del discommodo; e che per ciò, in qualunque modo si sia, si debba hauere risguardo non solamente al terreno, ma ancho all'adito al fiume. Ci manifesta poi ancho l'esperienza, che si dee hauer consideratione alla proportione del terreno, & del fiume; perche non si dolgono d'altro gl'interessati, che ò d'hauere nella diuisione minor parte del terreno, che se gli dee, ò di non hauere l'adito al fiume: & pare anchora, che Bartolo mostrasse essere necessario hauer queste due mire; percioche nella VI. figura, nel caso d'vna alluuione d'vna ripa, mostrando nella portion di Seio, che le Linee diuidenti deono essere tirate perpendicolari, e non transuersali, dice: Se fosino tirate transuersali, ne seguirebbono duo inconuenienti; l'vno è, che Seio hauerebbe dell'alluuione minor quantità, à proportione della fronte del suo campo; l'altro è, che egli non si estenderebbe sin'al fiume; Onde, essendo questi doi absurdi, prouati per mezo di Bartolo, si deono fuggire nella diuisione dell'alluuione. Vero è, che egli scordatosene poi; quello, che esso allega per inconueniente in quella figura, concede in molti casi.

Tyberiadæ.

Quella

Quella proportione dunque, che risguarda il terreno, senza controuersia alcuna, si dee prendere dalle fronti de' terreni de' confinanti; perche, non essendo fatta nostra l'alluuione per altro, che per essere aggionta à noi, mediante la fronte del nostro terreno, ne segue, che la fronte, & non altra parte del terreno nostro dee esser quella, onde si tolga la proportione della diuisione; & per ciò è ragioneuole, che chi ha maggior fronte, habbia ancho maggior portione di terreno: il che è poi espresso dalla legge nella diuisione dell'Isola, & dell'alueo, & è ancho poi chiaramente mostrato da Baldo nel luogo di sopra citato, il quale, dichiarando come si debba intendere questa proportione tolta dalla fronte de i campi, dice; Se sarà l'alluuione di tre tornature da diuidersi tra te, & me, & che la tua fronte sia, per essempio, due pertiche, e la mia vna, à te si deueranno due tornature; & à me vna dell'alluuione, & aggiunge la ragione, acciò la causa sia proportionata all'effetto: la qual ragione è quella, che è stata da noi toccata di sopra, &, à mio giudicio, nel presente caso è come causa dimostratiua; che l'alluuione sia nostra, l'essere ella attaccata alla fronte de i campi nostri, & l'effetto è la portione dell'istessa alluuione fatta nostra; se vogliamo hora, che sia proportione tra la causa, e l'effetto, bisogna vedere qual proportione sia tra la tua, e la mia fronte; che, se la tua è il doppio della mia, forza è, che le portioni dell'alluuione fatta nostra, habbino ancho la medesima proportione, si che la tua portione sia il doppio della mia, & medesimamente si dirà, che s'altro genere di proportione sarà trà le due, ò più fronti, douerà ancho essere il medesimo genere di proportione riseruato trà le due, ò più portioni dell'alluuione; altrimente sarebbe sproportione tra la causa, e l'effetto, il che si conosce essere inconueniente; ma la proportione del fiume non si può prendere da quello, onde si è tolta la proportione del terreno: ma si dee prendere dall'esser più vicino, ò più lontano dal fiume, e dal sito de' confini più commodo, ò men commodo al fiume: Ben'è ragioneuole, che chi è più vicino al fiume, goda più dell'vtil suo, e men ne goda chi n'è più lontano, & in sito più incommodo; essendo masimamente imposibile, che, chi hà più portione del terreno lontano dal fiume, habbia ancho più portio-

ne di fronte col fiume. Oltra che, ſe ſi riſguarda quell'vtile che naſce dall'hauere giuriſdittione nel fiume, che è coſa publica, baſta à ciaſcuno l'adito ſolo, ſe bene, quanto à quell'vtile, che può naſcere da vna nuoua alluuione, ritorna à maggior bene, l'hauer maggior fronte col fiume, ſi come ancho ritornarebbe à maggior male, quando il fiume ritornaſſe in danno.

Che in tutti i caſi d'alluuioni è poſſibile l'adito al fiume. Cap. III.

PERCHE habbiamo detto, che ſi dee mandare ciaſcuno intereſſato al fiume; potrebbe alcuno dubitare, ſe queſto ſia poſsibile in tutti i caſi dell'alluuioni, adducendo per eſſempio vna alluuione della preſente figura, la quale nella fronte, che confina col fiume è di modo ſtretta, riſpetto all'altra parte tuberoſa da diuidere, che quando vi ſiano molti confinanti, par che la loro moltitudine ecceda la capacità di detta fronte: onde ſia impoſsibile conſegnare à ciaſcuno tanta portione, che baſti per il ſuo eſito al fiume.

Però ſi potrà dire, che eſſendo impoſsibil queſto, & ſimili altri caſi imaginati dall'in-

telletto, non si potrà dare per regola commune, & certa, che in tutte le diuisioni si debba mandare ciascuno al fiume. A questo si risponde, che, quando ben fosse vera tutta l'instanza fatta, non però douereſsimo restare di dare tal regola vniuersale: Percioche l'arte non considera quelle cose, che auengono di rado, si come ancho la natura, della quale essa è imitatrice. Onde simili casi di quelle cose, che vengono di rado, non debbiamo noi fargli regola sopra; ma solamente sopra quei casi, che occorrono per lo più, & quasi sempre. Ma potreſsimo ancho rispondere, che il proposto caso, si come ancho altri simili è poſsibile nell'intelletto, ma non forse fuor di esso intelletto: perche si deue questa figura imaginata applicare alla natura del fiume, dal cui corso l'alluuione è prodotta, come effetto dalla sua causa; & perche pare impoſsibile, che vn fiume entri in vn golfo per vna bocca così stretta, & che dalla medesima bocca esca insiememente; pare ancho impoſsibile, che habbia per detta bocca ad accrescere terreno nel golfo; che, se mi si dicesse, che la bocca deue esser capace dell'entrata, & vscita del fiume; io parimente direi, che quella capacità sarà ancho bastante à dare esito à gli interessati. Non tralasciarò per ciò di dire, che, quando fosse pur poſsibile il proposto caso, ò simili, & che non si potesse dar l'esito al fiume distintamente à tutti gl'interessati, per la poca capacità della fronte dell'alluuione, non però si dourebbe restare di trouar modo, che tutti andassero al fiume, per non priuargli dell'vtilità, che dal fiume nasce. Et, se non si potesse trouare, secondo le regole poste ne i casi ordinarij, sarebbe lecito far altro modo straordinario, si come questo, & altri simili casi sono ancho straordinarij, come, per essempio nel presente caso, si potrebbe tirare per mezo dell'alluuione vna strada commune, & indiuisa, nella quale entrassero tutti gl'interessati, & per quella hauessero l'adito al fiume. Basta, che stà ferma questa conclusione, che tutti gl'interessati denno, & ponno andare al fiume.

Di

Di due inconuenienti, che ſeguitano, non ſi oſſeruando la proportione. Cap. IIII.

DALL'ESSERSI detto, che ſi debbono oſſeruare due conditioni nel diuidere l'alluuioni, pare che ne ſegua vno inconueniente, il quale è, che non ſi oſſerua la ragione dell'adherentia, ne quella della proſsimità: percioche, ſe ſi riſguarderà al ſecondo caſo propoſto da noi nel quinto trattato, & in molti altri ſeguenti, ſi vedrà, che la portione di Lutio và ſopra la fronte del campo di Titio, onde Titio non hà quello, che è aggionto al ſuo, & al ſuo più proſsimo; & Lutio ottiene quello, che non è aggionto al ſuo, & al ſuo più lontano, il che pare inconueniente: percioche (come ſi è detto nel ſecondo capitolo) non per altro Titio hà ragione nell'alluuione, ſe non perche il terreno aggionto dal fiume è vnito al ſuo terreno, & s'egli deue hauere portione di detta alluuione, deue hauerla ragioneuolmente nella parte più proſsima: Onde ſaria inconueniente il non oſſeruare nella diuiſione la ragione dell'adherentia, & della proſsimità, mediante la quale Titio hà ragione in quella alluuione. A queſto io potrei riſpondere in due modi: prima ritorcendo l'argomento, & dicendo; Se ſi deue oſſeruare la ragione dell'adherentia, e della proſsimità, ne ſeguiranno due inconuenienti; il primo ſarà, che ſpeſſe volte non s'oſſeruarà la proportione delle fronti de' confinanti, onde ciaſcuno non hauerà la ſua portione: il ſecondo ſarà, che non ſi potrà ſpeſſo andare al fiume: onde non ſi goderà l'vtilità del fiume: & che ne ſeguono queſti due inconuenienti, ſi conoſcerà più chiaramente, quando trattaremo dell'opinione di Bartolo: ſecondariamente potrei riſpondere non eſſere inconueniente, che quello, che nello acquiſto è cagione, che vna coſa ſia fatta noſtra, non ſi oſſerui nella diuiſione; percioche, quello che è di molti intereſſati, ſi deue di commune diuidere nel modo, che à gl'intereſſati rechi più commodo: & perche reca più com-

modo à i confinanti il non osseruarsi la ragione dell'adherentia, nè quella della prossimità, ne segue, che non sia absurdo il non osseruarla.

A chi s'aspetti trattare del modo del diuidere l'alluuione. Cap. V.

POICHE si è dimostrato, che il modo, del quale siamo per seruirci nelle diuisioni delle alluuioni hà d'hauere questi due fini; cioè dar del terreno à proportione à tutti,& mandar tutti al fiume: perche habbiamo promesso di valerci sempre delle dimostrationi Mathematiche, potrebbe dubitare alcuno, se il modo di questa diuisione spetti al Mathematico: perche à prima vista pare che sia sogget to da Leggista. Onde Bartolo solo si è messo à scriuerne, e ridurlo ad arte, & questo si persuade; perche quello, che hà origine dalla legge, deue esser soggetto del Leggista: ma la diuisione dell'alluuione hà origine dalle leggi: poi quello che si fà per officio del Giudice spetta al Leggista,&queste diuisioni si fãno per officio del Giudice. Oltre di ciò, se il trattare del giusto, e dell'ingiusto,& il conoscere se sia giusta, ò ingiusta vna diuisione è proprio del Leggista, poiche queste diuisioni ricercano esser fatte giustamẽte, si ch'ogn'uno habbia il suo; pur pare ch'ella anchora debba appartenere al Leggista: ma perche queste ragioni sono di poca forza, bisognarà dire, che spetti ad altro artefice lo scriuere del modo di questa diuisione, & insieme l'usarla. Non hà forza la prima ragione, perche se bene, il diuidere l'alluuione hà origine dalle leggi: nondimeno non parla la legge del modo; & questa è ragioneuolmente la causa, ch'ella ne ragiona con sì poche parole, rimettendosi à quello artefice, che più copiosamente hà da trattarne. Nè maggior forza hà la seconda ragione; perche, se bene il Giudice interpone l'officio suo, determinando che si faccia, ò non faccia la diuisione, quando gli interessati siano in controuersia; nondimeno non vi è bisogno dell'officio

ſuo, quando eſſi ſiano concordi in venire alla diuiſione; & il mede ſimo ſi deue dire alla terza ragione, che quando i medeſimi intereſ ſati foſſero in differēza, ſe vna diuiſione foſſe ſtata fatta giuſtamē-te, ò nò, egli col parere de gli intendenti, deue cercare d'acquetare le parti, mediante la ſua autorità. Onde ſi vede, che parlandoſi di quel giuſto, ò ingiuſto, il quale è nella diuiſione dell'alluuione, che altro non è, che quella proportione ricercata, queſto non appartiene al Leggiſta; ſe bene, fin'ad hora non ſi troua chi n'habbia ampliamente ſcritto, ſe non Bartolo, non è però, che quanto al modo del diuidere n'habbi ſcritto come Leggiſta. Succedono gli Agrimēſori periti al noſtro tēpo, i quali tengono, che il trattarne, & l'operare appartēghi à loro, di maniera, che hanno ritrouato vn proprio modo, col quale ſi vedono tra noi diuiſe l'alluuioni: perche nelle diuiſioni è forza vſare gli ſquadri, & ſegnar le linee euidēti; il che pare, che tocchi à loro, però attribuiſcono ancho à ſe ſteſsi queſta arte, & tanto più potriano ciò affermare, ſe eſsi vſaſſero, come noi vſiamo nella noſtra diuiſione di prēder diſſegno dell'alluuione, & cauarne vna giuſta miſura. Ma chi conſidera bene, dirà che la loro diuiſione non è arte: ma più toſto pratica fondata in poche regole, & noi cerchiamo quale artefice n'habbia da trattare ſcientificamente. Si vede, che tutta la diuiſione è fondata ſopra la proportione, come habbiamo detto; Onde douerà trattarne quello, à chi ſi aſpetta il trattare della proportione, che è il Mathematico. Poiche altro non ſi fà, ſe non diuider quella ſuperficie di terreno, & il diuider le ſuperficie è proprio del Geometra. Oltra di ciò ſi vſano ragioni, & dimoſtrationi Mathematiche: & però Bartolo quando ne ragiona, ſi veſte l'habito proprio del Mathematico. Onde ſi vede, che altro artefice non ha da trattarne, & di ridurla ad arte, che il Mathematico. E' vero, che nel venire all'atto della diuiſione, ſpeſſo vi biſogna l'officio del Giudice, come ſi è detto, & vi concorre ancho l'opera dell'Agrimenſore: Ma ſi come in vno edificio vi concorre l'Architetto, & il Muratore, quello come artefice ſcientifico, & principale, & queſto come operatore, & pratico; così nel diuidere l'alluuione il Mathematico è come principale Architetto, & l'Agrimenſore come pratico opera-

tore. Però, quando gl'intereſſati vogliono d'accordo venire alla diuiſione, mi pare, che eſsi ricorrino al Mathematico; il quale, quādo dall'Agrimenſore ſarà ſtato tolto il diſſegno dell'alluuione, nel modo, che da noi verrà moſtrato nel quinto Trattato, & leuatone vna giuſta miſura in camera ſopra il detto diſſegno, farà la ſua diuiſione, mediante le ſue vere, & certe dimoſtrationi, & operationi, in modo, che ſi ſaprà determinatamente qual portione ſpetti à ciaſcuno de gli intereſſati. Poi l'Agrimenſore potrà facilmente mettere in atto la diuiſione con ſodisfattione di ciaſcuno, regolandoſi con la già fatta diuiſione del diſſegno. Nondimeno, ſe ſi trouaſſe alcuno Agrimenſore intendēte delle Mathematiche, almeno mediocremente, potrebbe per quel ch'io dimoſtrerò, & accennarò venire per ſe ſteſſo alla diuiſione, non già più come Agrimenſore, ma ſi bene come Mathematico.

Contra la opinione de gli Agrimenſori. Cap. VI.

ANCHORA, che habbiamo veduto, che il vero modo del diuidere l'alluuioni è quello, che dà del terreno à gl'intereſſati, ſecondo la proportione delle frōti de' lor campi, & che manda ciaſcuno al fiume, ſendo regolato da ragioni Mathematiche: nondimeno ritrouandoſi già due modi, l'vno de gli Agrimenſori noſtri, & l'altro di Bartolo, che perauentura potriano di maniera occupar le menti altrui, ſe non foſsino eſsi leuati, come falſi, che non ſi potria facilmente introdurre il noſtro vero modo; per queſto mi par neceſſario di eſſaminar in parte l'vna, & l'altra opinione: prima quella, de gli Agrimenſori, la quale paſſaremo breuemente, come quella, che non è molto artificiata. Gli Agrimenſori non ſono differenti nel diuidere le alluuioni d'vna ripa da quella diuiſione ruſticale, che i medeſimi contadini oſſeruano: ma in quelle, che ſono di più ripe ſtà tutta la difficoltà; cagion dell'error loro; percioche non hanno conſideratione, ſe non à quei campi, che in qualunque modo riſguardano il fiume; & per ciò ſe campo alcuno vi è, che per obli-

quo ſtia, & riſguardi obliquamente il fiume, à quello danno tanta portione di terreno, quanto è il proſpetto al fiume; e ſe campo alcun foſſe, che cadeſſe perpendicolarmente ſul fiume, ò per qualche altra occaſione non riſguardaſſe in proſpetto al fiume, à quello non danno portione alcuna di terreno: onde caſcano in molti inconuenienti. Prima diuidono il terreno, mediante il fiume, nel modo, che ſi diuidono l'iſole, & nondimeno molto è diuerſa la ragione dell'iſola, che è in mezo al fiume, e dalla alluuione, che è aggionta à i campi innanzi al fiume: & già da noi ſi è detto, che la diuiſione del terreno è intentione principale, & quella del fiume è acceſſoria; oltra che in certi caſi, nè ancho poſſono hauer riſguardo al fiume; poi che nõ dãno à tutti del terreno proportionatamẽte; onde ne ſegue, che chi hà maggior frõte, la quale riſguardi l'alluuione, ma non il fiume, quello hà minor portione di terreno, e ſpeſſo non ne hà parte alcuna. oltre di ciò non ſi oſſerua punto la ragione dell'adherentia, & della proſſimità, perche quel terreno, ch'è aggionto, & vicino à i campi, che caſcano perpendicolarmente ſopra il fiume, non è aſſegnato à loro; ma à quei campi, dà' quali è più lontano. Però come modo inartificioſo, e dal quale ſeguono i detti inconuenienti, (il che ſi vedrà più amplamente da vn diſſegno d'alluuione diuiſo ſecondo gli Agrimenſori, che da noi ſarà poſto per eſſempio nel fine del preſente trattato,) è ben ragioneuole, che da niuno venga oſſeruato, e che, per far giuſtamente tal diuiſione, ſi ricerchi modo più conueniente.

Contra la opinione di Bartolo, Cap. VII.

L'Altra opinione, la quale da Bartolo vien poſta nella ſua Tiberia, è di maggiore momento, ſi per la grauità dell'Autore, come per eſſere artificiata. Nè io temo à ragione douere da alcuno eſſer ripreſo, che eſſendo di poca, per non dire di niuna autorità, ardiſca di oppormi all'opinione d'vn tanto huomo, il quale tira à ſe, in materia tale, quaſi tutti i profeſſori delle leggi, che hanno ſo-

pra di ciò in parte ſcritto. Confeſſo nondimeno ingenuamente, che ben ſarei da eſſer ripreſo, ſe mi moueſſe altro, che il zelo della verità, & s'io voleſsi oppormegli in qualche ſentenza legale, come quella, ch'è ſua, e non mia profeſsione. Ma, perche egli è vſcito del campo delle leggi, ponendo (come ſi ſuol dire) la ſua falce nell'altrui biade, & entrando à ragionare di coſa, che ſpetta al Mathematico: il quale riſguarda principalmente le ragioni Geometriche; ſia à me lecito, & à qualunque mediocremente erudito nelle Mathematiche di ragionare intorno l'opinion ſua in fauor del vero.

Dico adunque, che egli fà quattro ſpecie d'alluuioni: l'vna la quale non è angoloſa, che da noi è detta di vna ripa: la ſeconda angoloſa, la quale diciamo di più ripe: la terza è di figura circolare, cioè di minore, ò maggiore, ò vguale al mezo cerchio: la quarta, & vltima ſpecie è miſta, cioè contenuta da linee rette, e curue. La prima ſpecie diuide nel medeſimo modo, che ſi diuide l'Iſola, tirando la linea diuidente da i confini de'campi, la quale ſtia perpendicolare ſopra le fronti di detti campi, nel qual modo vuole, che ſi oſſerui la ragione dell'adherentia. La ſeconda ſpecie diuide nel medeſimo modo, che ſi diuide l'alueo, nel quale ſi oſſerua la ragione della proſsimità; il che ſi fà col diuidere l'angolo per mezo, cauſato dalle fronti de' campi. La terza ſpecie diuide in modo, che tutte le linee diuidenti vadino al centro del cerchio. La quarta ſpecie, per eſſer miſta, riduce la diuiſione alla ſeconda, e terza ſpecie. Ma ſi deue auertire, che, nella ſeconda, terza, e quarta ſpecie d'alluuione, finge ſpeſſe volte Bartolo due alluuioni: percioche tira quanto prima vna linea ſimile alla noſtra fondamentale, la quale habbia da diuidere in due parti l'alluuione; l'una delle quali ſia angoloſa, ouero circolare, & è quella, la quale è verſo i confinanti; l'altra non ſia angoloſa, ne circolare, & è quella, ch'è verſo il fiume: la prima parte diuide ſecondo la diuiſione della ſeconda, e terza ſpecie: la ſeconda parte, ſi come la prima ſpecie; nelle quali quattro ſpecie dette d'alluuioni, egli per lo più finge caſi d'alluuioni interminati; oue noi, ragionando della diuiſione fra tutti gli intereſſati; parleremo ſempre de' caſi ter-

minati; altrimente ſeguirebbe,che non foſſe perfetta la diuiſione, alla quale debbono concorrere tutti li confinanti, per troncare in vn tempo tutte le differenze, che poteſſero occorrere. Il modo di diuidere la prima ſpecie, quando le linee diuidenti caſcano perpendicolarmente ſopra la ripa de' campi, & del fiume è molto ragioneuole, & è fondata ſopra la proportione, ſendo però tutte le coſe vguali. Ma, ſe l'alluuione ſarà diſuguale, ſi che da vna parte ſieno i confini più lontani dal fiume, quella portione, che toccherà più lontana dal fiume,ſarà maggiore. Onde non ſi oſſeruerà quella proportione detta di ſopra. Quel modo poi, che egli oſſerua nella ſeconda ſpecie d'alluuione,è alcuna volta ragioneuole, cioè,quando i campi di due confinanti, e le ripe del fiume fanno vn triangolo, come ſi voglia, & che vn lato ſpetti all'uno, & l'altro all'altro confinante. Allhora nella diuiſione ſi oſſerua la proſſimità, e la proportione;& forſe da queſto eſſempio hà voluto Bartolo diuidere l'altre figure d'alluuioni angoloſe. Ma ſe nel medeſimo caſo detto ſupponiamo, che all'uno de' confinanti ſpetti l'un lato, & à due confinanti l'altro lato; allhora, ſe ſi vorrà fare la detta diuiſione dell'angolo, ſi vede chiaramente, che non ſi oſſeruerà per gli intereſſati tutti nè proportione, nè proſſimità: perche nè quel confinante, al quale apparterrà l'vn lato, nè quello dell'altro lato più vicino all'angolo haueranno le parti loro; eſſendo che in ſimil coſe Bartolo vuole,che tra due confinanti d'vn medeſimo lato la linea diuidente cada perpendicolarmente ſopra la ripa de' campi, come tra loro due foſſe l'alluuione d'vna ripa; & per ciò ſi diuide nel modo, che ſi diuide la prima ſpecie; di modo che le linee diuidenti ſi ſegono frà loro, le quali vengono à fare vn altro angolo, il quale biſogna diuidere conforme alla ſeconda ſpecie, ſtando le ſue ſuppoſitioni, & ſi conoſcerà, quanto maggior portione habbia indebitamente quello, che è più vicino al fiume, de gli altri due confinanti,che circōdano l'angolo; oltra che le linee diuidenti ſono tranſuerſali, e non per diritto, come eſpreſſamente vuole la legge per diuidere l'Iſole. Onde, accreſcendoſi confinanti, ſi vede, che il modo diuiene irragioneuole, e che non ſerue à tutti i caſi. Quella fintione d'alluuioni nella medeſima fi-

xiij. Figura Tiberis.

gura,

gura, cioè da vna parte angolosa, e dall'altra non angolosa, oltra che ci dimostra la sua imperfettione, per esser finta dal diuidente, e non fatta dalla natura, ce la dimostra anchora col volere nella medesima figura dell'alluuione valersi de i due modi diuersi, come si è mostrato ne i due casi di sopra. Il modo anchora della terza specie, dato che fosse posſibile da lineare cerchi così grandi di pratica, come ci imaginiamo, che posſino interuenire nell'alluuioni, sarà ragioneuole in parte; ma non in tutto, come per essempio: quando la ripa del fiume fosse la corda dell'arco, e le fronti de' confinanti il mezo cerchio. Dico, che sarà ragioneuole nelle proportioni, ma irragioneuole nell'adito al fiume, perche la diuide in modo, che le linee diuidenti sono tirate da i confini de' campi al centro del mezo cerchio, che è vn punto; nel quale da gli interessati, quanto alla portione del terreno, si osserua la proportione: ma l'adito al fiume resta à gli due primi, che sono sopra alla corda, ouero ripa del fiume: per il che, non hauendo l'adito gli altri interessati al fiume, è absurdo, per le ragioni dette nel secondo capo di questo. Ma se le *fronti* de' campi, & la ripa de' fiumi causeranno portion maggiore, che il mezo cerchio, la diuisione sarà sproportionata nell'vno, e nell'altro modo: perche, oltra che le linee diuidenti vadino al centro, maggiori saranno quelle portioni de gli estremi di detti confinanti, cioè verso il fiume à proportione, che quella d'alcun'altro, & il medesimo seguirà dal non hauer l'adito al fiume gl'altri interessati, per esser in vn punto, come habbiamo detto. Ma se fra il fiume, & le fronti de' confinanti la portione sarà minore del mezo cerchio; allhora nella diuisione sarà sproportione; perche il centro di tal portione sarà forse di là dal fiume per qualche spacio; onde le linee diuidenti, che sono tirate al centro causeranno minor portione alli confinanti verso il fiume, che qualunche de gli altri interessati lontano dal fiume, perche le linee diuidenti saranno minori; & quelli, che saranno frà linee diuidenti maggiori, hauranno anchora la portione dell'alluuione maggiore: Onde gl'interessati de gli estremi verso il fiume, hauendo le linee diuidenti minori, per conseguenza haueranno la portione dell'alluuione minore di quello, che se gli conuiene; oltra

che

che non è posſibile di linear cerchi, nè maggior portione, nè minore, nè vguale al mezo cerchio, per regolar vna figura d'vna alluuione per riſpetto della pratica. Il modo del diuidere la quarta ſpecie habbiamo detto, che vien ridotto al modo della ſeconda ſpecie, quanto alla deſcrittione della figura da lui moſtrata: la quale, eſſendo miſta, ſi potrà dare tal caſo con l'accreſcerle confinanti, & nuoua alluuione, che nella diuiſione concorrerà il modo delle tre ſpecie dette di ſopra, & ſarà del tutto irragioneuole; perche ſi come il caſo è compoſto, così la diuiſione anchora ſarà composta; onde hauendo detto di ſopra gli inconuenienti, che ſeguono nelle tre ſpecie dette, tanto maggiormente ne ſeguiranno in queſta, biſognando valerſi della diuiſione della prima, ſeconda, e terza ſpecie ne i caſi, che ſi potrebbono proporre, i quali da i lettori ingegnoſi ſaranno conoſciuti, hauendo bene inteſe le ragioni di ſopra poſte. Onde noi dunque debbiamo cercare vn modo generale in tutti i caſi, & maſsimamente baſteuole ad vn ſol caſo.

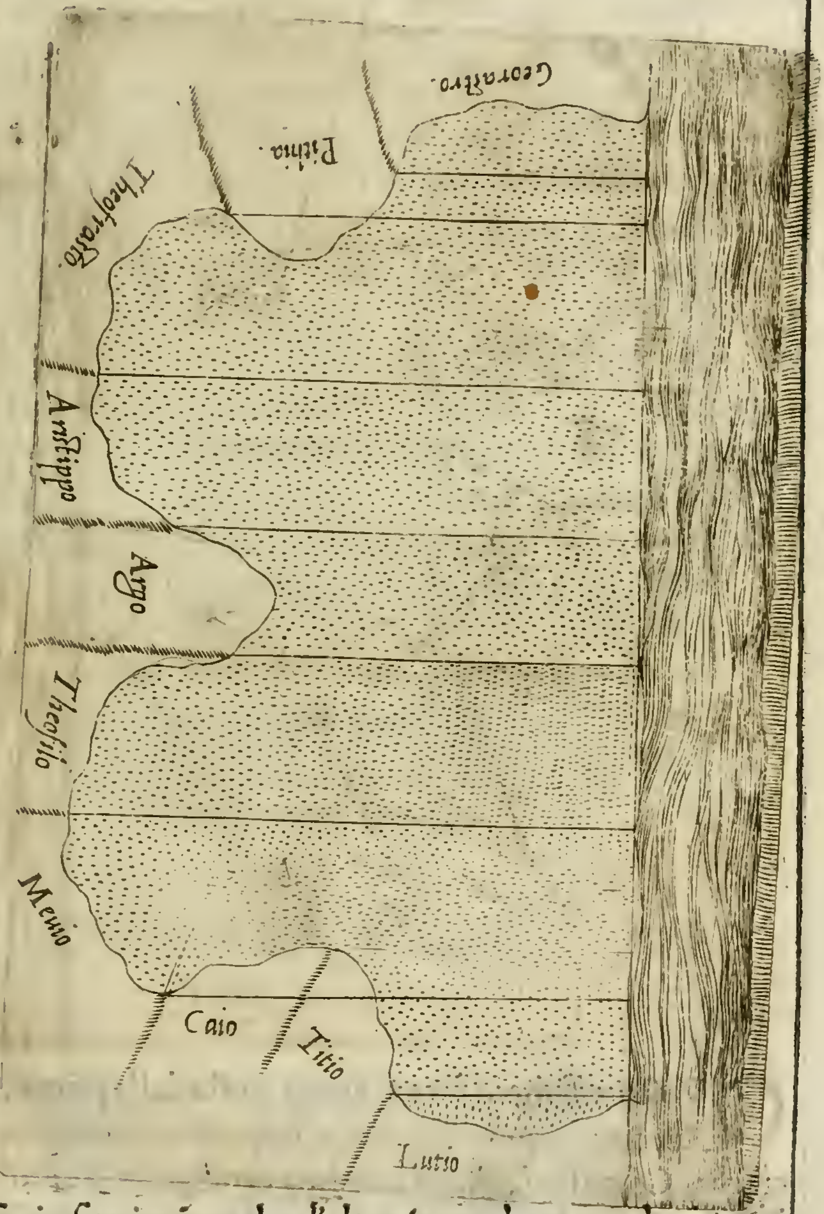
Di tre eſſempij d'vn caſo diuiſo ſecondo gli Agrimenſori, ſecondo Bartolo, & l'Autore. Cap. VIII.

ANCHORA, che poſſono gl'intendenti (per quanto ſi è detto di ſopra) conoſcere con l'intelletto l'imperfettione del modo del diuidere ſecondo gli Agrimenſori, & ſecondo Bartolo, & la perfettione del modo propoſto da noi: Nondimeno, perche nelle coſe della pratica gli eſſempi ſenſibili, & ſottopoſti maſsimamente al vedere, ſogliono maggiormente moſtrare la verità, oltra che il conformare le coſe del ſenſo à quelle dell'intelletto è ſegno eſpreſſo del vero; Per queſto hò penſato eſſer bene di ſottoporre à gli occhi vn caſo d'alluuione, & quello diuidere ſecondo gli Agrimenſori prima; dopoi ſecondo Bartolo, & vltimamente ſecondo l'opi-

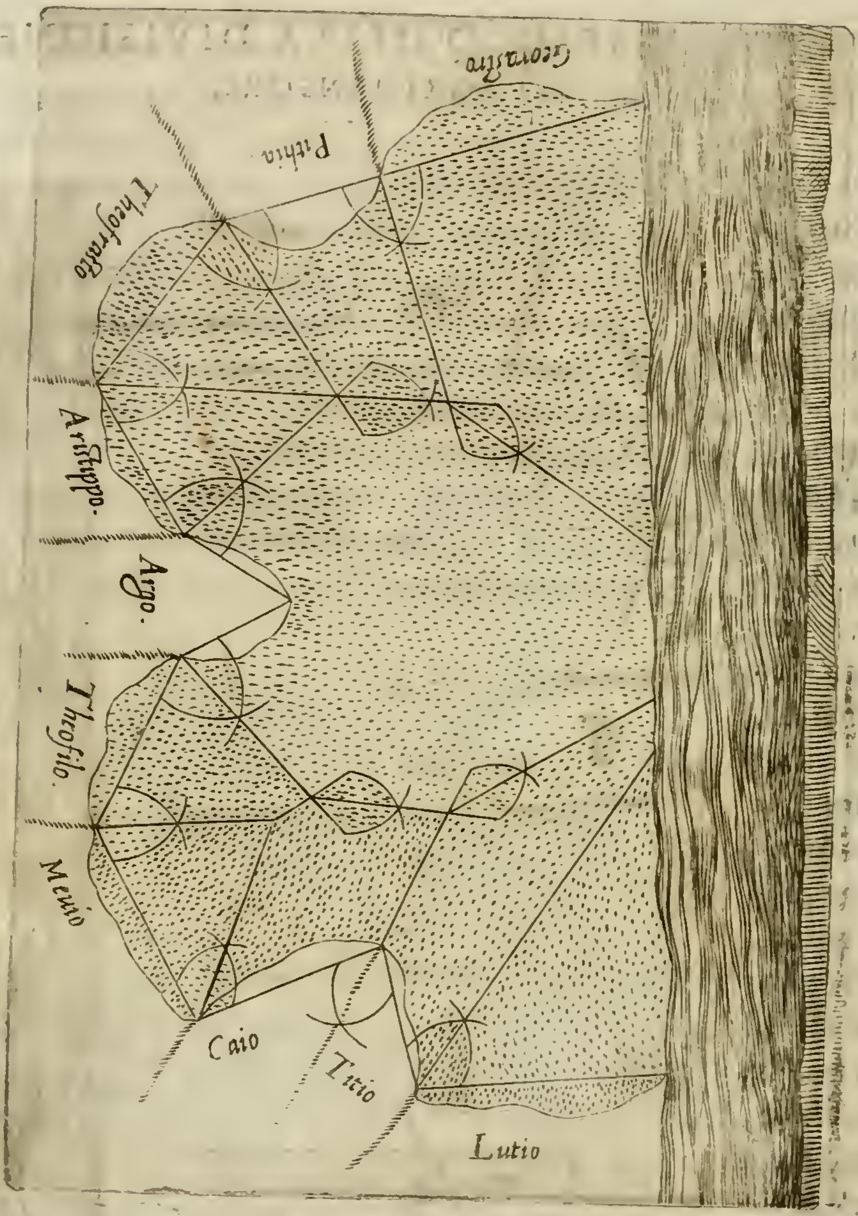
nion nostra; sperando, che conosciuti gli inconuenienti di quelli, e di questo, l'occhio insieme col giudicio approui il terzo modo.

PRIMO ESSEMPIO DELLA DIVISIONE DE GLI AGRIMENSORI.

SI vede dal presente dissegno, che Theofrasto, Aristippo, Argo, Theofilo, Meuio, hanno le portioni loro maggiori, che non comporta la proportione delle lor fronti. Geroastro Pithia, e Titio non hāno quello, che se gli deue, & Caio, Lutio non hà parte alcuna; l'vno per esser in sito incōmodo; l'altro (come hauemo detto) perpendicolare sul fiume.



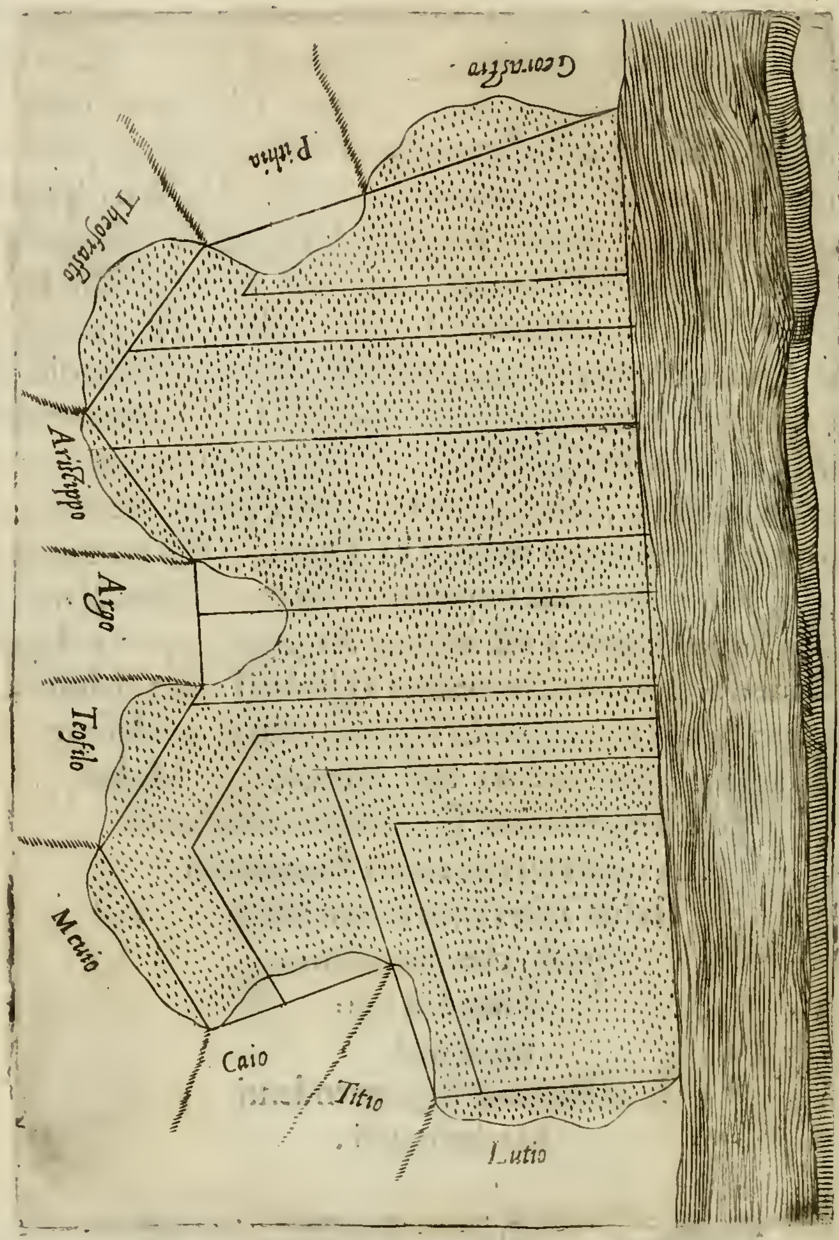
SECONDO ESSEMPIO DELLA DIVISIONE DI BARTOLO.



QVesto essempio è vna figura mista della prima, & seconda specie: la quale hà molte imperfettioni apparenti. Percioche Geroastro, Argo, e Titio ottengono molto più di quello, che ricerca la ragione, & Pithia Theofrasto, Aristippo, Theofilo, Meuio, e Caio non solo non hanno quello, che se gli viene;

ma anchora ſono priuati dell'adito al fiume, & ſi vede chiaramente, che non oſſerua nè proportione, nè proſsimità. Perche ſe ſi dà vn punto, come egli inſegna nella nona figura, che tocchi la fronte d'Argo, ſegarà le fronti di Titio, & Caio; & nel medeſimo modo, ſe ſi dà nella portione di Geroaſtro, ſegherà la fronte di Argo. Ma in queſto alcuno potria dire, che il campo di Argo hà due ripe: le quali aggionte inſieme, fanno tanta latitudine di fronte, che non parrà coſa ſuperflua la portione dell'alluuione datagli. Al che ſi riſponde, che anzi con tutto ciò, ſaria la portione di ſoperchio à cõparatione de gli altri. Ma queſta obiettione, che pare à fauore di Bartolo, è contra Bartolo iſteſſo nella ſua XII figura, doue Titio hà egli anchora due ripe nel ſuo campo, e pure gli aſſegna iui Bartolo così poca quantità d'alluuione, riſpetto à gli altri: Onde apertamente ſi conoſce, che à ſe ſteſſo contradice; poiche, dall'hauere ſolamente l'angolo intrinſeco, ouero eſtrinſeco, naſce tanta diuerſità; che eſſendo l'angolo intrinſeco nella XII figura, Titio non hà quaſi portione d'alluuione, & è impedito d'andare al fiume; & nel preſente caſo, doue l'angolo è eſtrinſeco, Argo hà troppo maggiore portione d'alluuione, & impediſce à gli altri l'adito al fiume, e pure l'vno, e l'altro caſo è diuiſo con le medeſime ragioni moſtrate da eſſo Bartolo. Molte altre imperfettioni ſi potriano moſtrare ne i varij caſi eſpreſsi da Bartolo nella ſua Tiberia, & molto più in quelli, che potreſsimo addurre di nuouo: li quali laſciaremo à gli intendenti Mathematici.

TERZO ESSEMPIO DELLA DIVISIONE DELL'AVTORE.



SEndo manifeſto quanto habbiamo detto di ſopra della proportione, che ſi deue oſſeruare, e dell'adito, che ſi deue hauere al fiume, ſi può conoſcere chiaramente, che tutti gl'intereſſati hanno l'vno, & l'altro, ſi che ponno contentarſi: la qual coſa manifeſtamente

ſtamente ſi conoſcerà dalla dimoſtratione di detto caſo nel quinto Trattato, al caſo XIIII. Habbiamo dunque dimoſtrato le conditioni, che deue hauere il vero modo del diuidere l'alluuioni: le quali non ſi ritrouano nel modo deſcritto da Bartolo, nè in quello vſato da gli Agrimenſori, ma ſi bene nel modo promeſſo da noi. Et parimente habbiamo veduto, che la diuiſione deue eſſere regolata da ragioni Geometriche. Hora proporremo quello, che ci pare neceſſario, tolto dal fonte Mathematico, per venire à vna giuſta, e fondata diuiſione.

Il fine del Primo Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

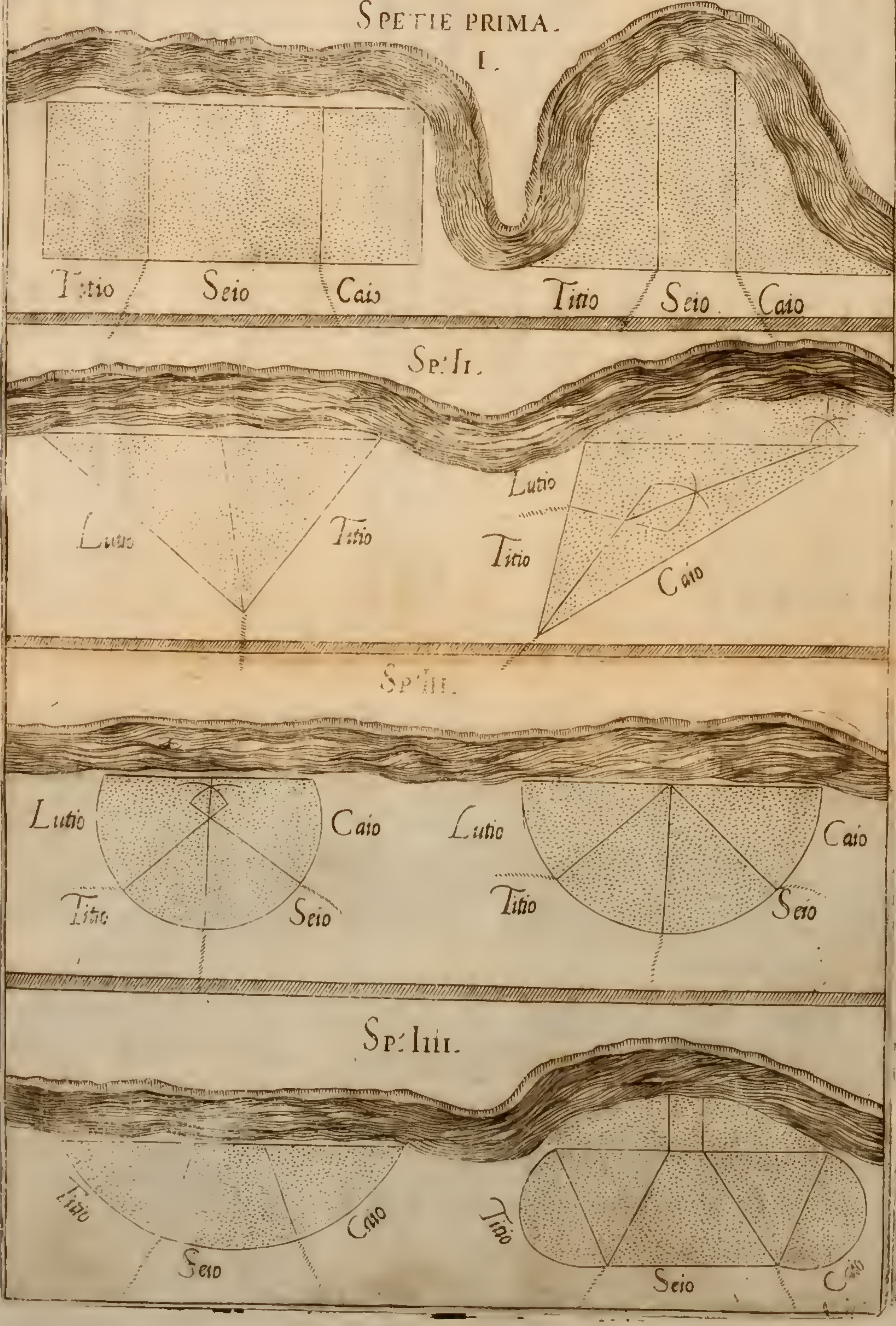
Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO II.

Delle Diffinitioni. Cap. I.

POICHE la diuisione dell'alluuioni deue essere da noi regolata con regole Geometriche, & cō Geometriche ragioni dimostrata, è necessario, che ci prepariamo à dimostrar quelle cose, che si ricercano alla cognitione di ciò, delle quali, altre sarāno communi, & abstratte, & altre proprie, & applicate al soggetto nostro. Noi intorno alle proprie ci allargaremo alquanto; parendoci, che la cognition loro non si apprenda altroue; ma intorno alle communi, ci bastarà proporle simplicemente, come quelle, che tolte dal fonte Geometrico, si ponno apprendere da altri, & massimamente da Euclide, dal quale pigliaremo le Diffinitioni, le Dimande, le Dignità, & le Propositioni, poste da noi nel presente secondo Trattato. Nè paia strano, che, potendo noi rimettere ad Euclide la cognitione di questi principij vogliamo nondimeno porle in questa opera nostra; essendo che nel far così, venimo ad imitare Galeno, il quale nel trattare la Medicina, se bene poteua rimetterre la cognitione delle cose della Filosofia

LE QVATTRO SPECIE D'ALLVVIONI PROPOSTE DA BARTOLO NELLA TIBERÌA.



ad altri Filosofi, volse nondimeno, per non fare l'opera sua rozza, prendere le materie, che per se faceuano da diuersi libri filosofici, adornandone i libri suoi. Et noi parimente, per non fare la presente nostra opera manca, od imperfetta habbiamo voluto pigliare da Euclide i presenti principij; il che ci pare tanto più lecito, quanto sarà pure d'attribuirsi à noi; che, come di molti fiori d'vn ampio giardino, haueremo fatta vna conueniente raccolta: oltrache si vedrà pur ancho tal volta qualche notatione, che si haurà giudicata degna d'esser posta; & le proue delle propositioni saranno addotte da noi forse più succinte di quelle di Euclide. Incominciando dunque con l'ordine d'Euclide, porremo sotto varij capitoli, prima le Diffinitioni, poi le Dimande, nel terzo luogo le Dignità, & finalmente le Propositioni.

DIFFINITIONE PRIMA.

Il punto è quello, che si dice non potersi diuidere in alcuna parte.

Douemo sapere, che il ponto è il primo termine, che si pone nella quantità continoua, il qual ponto non patisce alcuna sorte di diuisione; per questo gli Filosofi gli hanno dato il primo loco nella simplicità.

I I.

La linea è vna lunghezza senza larghezza.

Tre sono le dimensioni, che si danno alla quantità, cioè lunghezza, larghezza, & profondità; & perche la linea tiene lunghezza, senza larghezza è il primo interuallo semplice, & haurà il secondo loco nella simplicità dopò il punto: Intorno alla linea occorrono altre diffinitioni, come quella de' suoi termini, & sue specie.

I I I.

I Fini della linea ſono duo ponti.

Da Euclide vien conſiderata la linea in tre modi, ouero finita, e terminata dall'vna all'altra parte, ouero infinita da vna parte, & finita dall'altra, ouero infinita dall'vna, e l'altra parte. Hora ſi dice della finita in ambedue le parti, che i ſuoi termini ſono duo punti; i quali modi poi ſi conoſceranno nella prima propoſitione del quarto capo per la diuiſione dell'angolo, che la linea è terminata dall'vna à l'altra parte, ouero nella propoſitione prima del capitolo delle parallele eſſer finita da vna parte, & infinita dall'altra, ouero nella terza propoſitione del capo della perpendicolare eſſere infinita dall'vna all'altra parte.

I I I I.

La linea retta è quella, che vgualmente ſe diſtende frà li ſuoi punti.

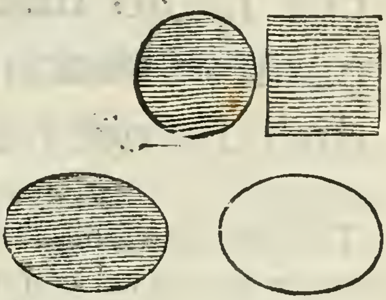
Euclide vuole, che la linea retta ſia quella, che comprende diſtanza vguale, cioè quella, che ſi interpone frà li ſuoi punti. Archimede (come narra Proclo nel commen. 4. diſſe, che la linea retta è la più breue di tutte l'altre, che hanno i medeſimi fini.

Et per conſeguente la linea curua ſarà quella, che diſugualmente ſi diſtende frà li ſuoi pūti, della quale noi non habbiamo à ſeruirſene nell'opera noſtra; poiche tutte le linee curue deuono eſſere da noi ridotte à rette. Onde non ne parlaremo altrimente.

V.

La ſuperficie è quella che hà ſolamente longhezza, e larghezza.

Dopò la linea Euclide hà collocata la ſuperficie, la quale è doppia d'interuallo, cioè longhezza, & larghezza, ſenz'alcuna ſorte di groſſezza: però alcuni vogliono, che ſia termine del corpo; altri grandezza diſtante per due interualli, per i quali noi veniamo in cognitione delle miſure de' campi, oue ſi diſtinguono i termini loro, come longhezza, e larghezza.



V I.

I Fini della ſuperficie ſono le linee.

Si come habbiamo detto, che i fini delle linee ſono i punti, così di tutte le ſuperficie i loro fini ſono le linee.

V I I.

La ſuperficie piana è quella, che è collocata vgualmente frà le ſue linee.

Proclo teſtifica nel commen. vij. che gli antichi Filoſofi diceuano, che la ſuperficie, & il piano ſono vna medeſima coſa. Ma Euclide, & i ſuoi ſeguaci dicono, che la ſuperficie è il genere, & il piano la ſua ſpecie, ouero la ſuperficie piana. Si come della linea, è ſpecie la linea retta. Et noi non ci ſeruiamo d'altra ſpecie di ſuperficie, & però ci contentaremo ſol di queſta diffinitione, ſi

come Euclide, il quale ragiona ſolo della ſuperficie piana, & conſidera à pieno gli effetti di quella.

V I I I.

L'Angolo piano è quella inclinatione, che fanno due linee, quando in vn punto ſi toccano, & non ſono poſte drittamente frà loro.

Trè ſono l'opinioni, che ſi trouano, circa l'Angolo piano, come vuole Proclo nel commen. viij. del ſecondo libro, delle quali vna è d'Euclide, l'altra d'Eudemo, la terza d'Apollonio, Plutarco, e Carpo: ma noi ſtaremo sù quella d'Euclide, eſplicandola breuemente, il quale dice eſſer quella inclinatione, che fanno due linee in vn punto, ò ſiano rette, ò ſiano curue, ò ſiano miſte: la qual diffinitione ſi deue intendere di quegli angoli, che conuengono nel delineare la ſuperficie piana, & gl'impone vn commun nome piano, come genere della diffinitione, laſciando i ſolidi, che conuengono à corpi; & dice. Se l'angolo è compreſo da linee rette, ſi domanda rettilineo, ſe da curue curuilineo, ſe da miſte miſto, il quale poi diſtingue, & fà vna diuiſione di quelli, che ſono rettilinei, per eſſer nell'opera ſua più neceſſarij, ſi come, nelle ſeguenti diffinitioni, fà egli ſolamente mentione di trè ſorti, & non più, come Angolo retto, Angolo ottuſo, & acuto.

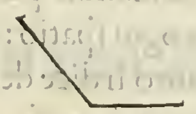
I X.

L'Angolo retto dunque è quello, che è cauſato da

vna linea retta, che cade ſopra d'vn'altra drittamente, e che fà gli angoli l'vn dopò l'altro vguali.

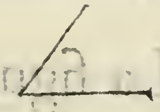
X.

L'Angolo ottuſo è quello, che fanno due linee, quando ſi toccano in vn punto, facendo l'angolo maggiore, che'l retto.



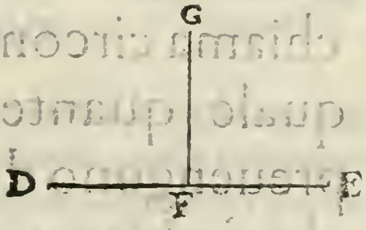
X I.

L'Angolo acuto è quello, che fanno due linee congionte in vn punto, che ſia minore, che il retto.



X I I.

La linea retta è quella, che cade ſopra d'vn'altra linea retta drittamente; & che fa gli angoli l'vn dopò l'altro vguali, tal linea ſi chiama perpendicolare à quella, che ſtà ſopra.



Come'è la linea F G, ſopra della D E.

XIII.

Il termine è fine di qualche cosa.

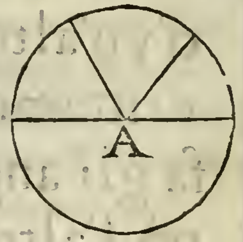
Dice Proclo, che non bisogna, che il termine si riferisca ad ogni grandezza, perche la linea si dice termine, e fine: ma non si deue riferire à gli spatij, che sono nelle superficie, & à corpi solidi; chiamando per termine quel circuito, ouero giro, che termina ogni spatio: & cotal termine, dice essere fine, non già come il punto si dice della linea fine: ma come quello, che rinchiude, & separa le cose, che gli stanno intorno: & questo nome è proprio dell'antica Geometria, per il mezo del quale si misurauano i campi, & i termini distintamente si conseruauano. Onde poi s'acquistò la cognitione di questa scienza; & chiamando Euclide questo giro esteriore termine, bene, & meritamente l'hà constituito fine de' spatij.

XIIII.

La figura è quella, la quale è contenuta da vno, ouer più termini.

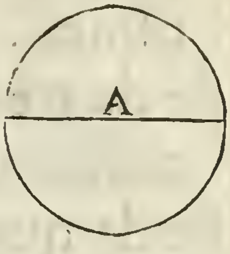
XV.

Il cerchio è vna figura piana contenuta da vna sola linea, che si chiama circonferenza; alla quale quante linee rette preuengono da vn punto, che si chiama centro del cerchio, che stà nel mezo della figura, tutte frà loro sono uguali.



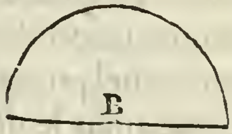
XVI.

Il Diametro del cerchio è vna linea retta, che passa per il centro, e termina nell'vna, e nell'altra parte della circonferenza, & la diuide in due parti uguali.



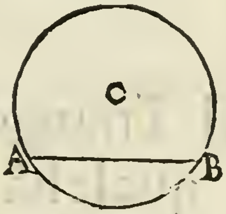
XVII.

Il mezo cerchio è vna figura piana compresa dal Diametro, e dalla metà della circonferenza del cerchio.



XVIII.

La portion del cerchio è una figura contenuta da vna linea retta, e dalla circonferènza del cerchio.



Come se nel cerchio C, si tirasse la linea retta A B, la quale non passando per il centro, quella parte, oue egli resta, quella si dimanda portione maggiore, & quella fuori del centro vien detta portione minore.

XIX.

Le Figure, le quali sono contenute

da linee rette vengono chiamate rettilinee.

Se da tre linee rette ſono compreſe, ſi domandano trilatere.

Se da quattro linee, quadrilatere.

Se da più di quattro linee, multilatere.

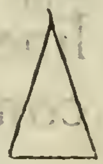
Dopò che Euclide hà trattato del cerchio, viene alle figure rettilinee, le quali ordinatamente per numeri ſi ſtendono in infinito, cominciando dal numero ternario, per eſſere le più elementali; perche nel primo libro tratta de' Triangoli, & Parallelogrammi, chiamando le altre per vn nome commune moltilatere.

XX.

Il Triangolo equilatero è quello, il quale hà tre lati vguali.

XXI.

Il Triangolo Iſocelo è quello, il quale hà due lati vguali, & il terzo ineguale.



XXII.

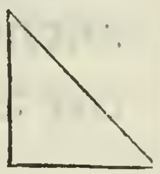
Il Triangolo ſcaleno è quello, il quale ſi contiene ſotto tre lati ineguali.

Si

Si hà da ſapere che di queſte Diffinitioni; nelle quali ſi eſpone le trè ſpecie de' Triangoli. La prima eſſere quella dell'Equilatere, perche hà le parti tutte vguali,& ancho è la più ſimplice,& la più facile alla cognitione d'ogn'altra. La ſeconda ſpecie è di due lati vguali, & il ſubtendente ineguale. La terza ſpecie ha tutti i lati ineguali. La conſtruttion prima ſi fà de gli equilateri,perche gli Angoli ſono tutti vguali: ma nell'Iſocelo,& nello Scaleno infiniti modi ſi variano, & le conſtruttioni di queſti ſi conſtituiſcono nel modo, che ſi vedrà nella prima propoſitione del ſeſto capo del preſente Trattato.

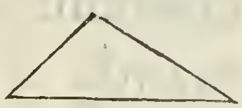
XXIII.

Il Triangolo rettangolo è il più noto, & hà ſolo vn'angolo retto,



XXIIII.

Il Triangolo Ambligonio, ouero ottuſangolo è quello, che hà vn'angolo ottuſo.



XXV.

Il Triangolo oſigonio, ouero acutiangolo, è quello, che contiene tre angoli acuti.

Eſſendo narrato da Euclide la qualità de i triangoli,riſpetto à i lati, & à gli angoli: Hora diremo noi,che le differenze, che poſſono

occor-

occorrere in eſsi, ſon ſette, riſpetto ai lati: come il Triangolo rettangolo puote eſſere Iſocelo, & Scaleno. L'ottuſangolo, Iſocelo, & Scaleno, & lo Acutiangolo, puote eſſere Iſocelo, Scaleno, & Equilatero. Et queſto ſia detto di quello, che può auenire negli Triangoli anchorche, noi gli nominaremo per lo più nelle noſtre Attioni Trirangoli, ſenza altro.

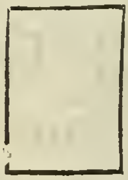
DELLE FIGVRE QVADRILATERE.

XXVI.

Il Qnadrato è equilatero, & è anchor compreſo da quattro angoli retti.

XXVII.

La Figura più longa, che larga, contenuta da angoli retti, ſi domanda Parallelogramma rettangola; ma non è equilatere,

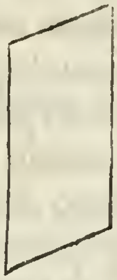


XXVIII.

Il Rombo è vna Figura, la quale è equilatera; ma non è rettangola, & è Parallelogramma.

XXIX.

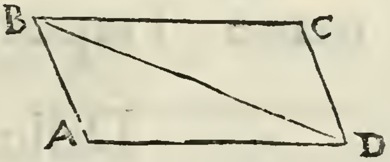
Il Romboide è vna figura, la quale hà i lati, e gli angoli vgualmente opposti; ma non è equilatera, nè rettangola, & è parallelogramma.



XXX.

Il Diametro delle figure parallelogramme, è quella linea retta, che vien tirata da vn angolo all'altro contraposto, che lo diuide per mezo.

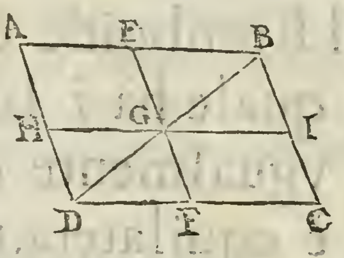
Si come essendo il Parallelogrammo ABCD, dall'angolo B, all'angolo D, tirata la linea retta BD, la quale si domanda Diametro del parallelogrammo, & lo diuide in due parti vguali, come similmente potrà vedere nella 34. propositione del primo d'Euclide.



XXXI.

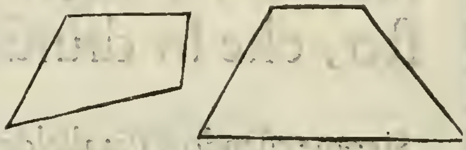
I supplimenti nelli parallelogrammi sono quelli, che sono segati dal Diametro del medesimo.

Hauendo noi biſogno in vna data retta linea d'applicare vn Parallelogrammo vguale ad vn triangolo, ci è molto neceſſario ſapere quello, cha ſia ſupplemẽto, altrimente non potreſsimo dimoſtrare la ſeconda propoſitione del ſettimo Capo del preſente Trattato; il perche, non volendo noi deuiare da quello, che hà detto Euclide nella 43. propoſitione del primo Libro; diremo, che ſendo il parallelogrammo A B C D, ſegato dal diametro B D, & compartito nelli quattro parallelogrammi G A, G D, G C, G B, talmente che ſi tocchino nel punto G, li due, che non ſono ſegati dal diametro B D, ſi domandano dunque li ſupplementi, gli altri rimanenti H F, I E, ſi dicono ſtare attorno al diametro.



XXXII.

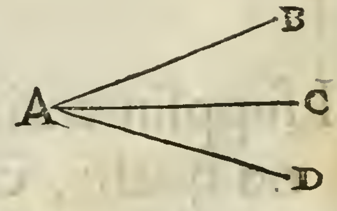
Tutte l'altre figure rettilinee, ſi chiamano Trapezie,



Delle Dimande. Cap. II.

DIMANDA PRIMA.

SI addimanda da qual ſi voglia punto, à qual ſi voglia punto tirare vna linea retta.



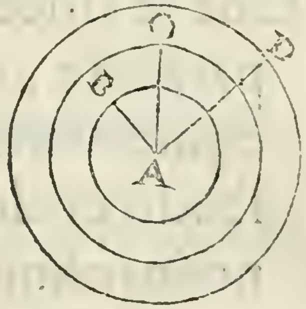
I I.

Che ſi poſſa prolongare vna linea retta, terminata in continuo, e drittamente,

Come è la linea retta B C, ſi poſſa prolongare; ò dalla parte verſo A, ouero verſo D, in continuo, e dirittamente.

I I I.

Che, da qual ſi voglia centro con qual ſi voglia interuallo, ſi poſſa deſcriuere vn cerchio.



Proclo, ſecondo Gemino, dice; che ragioneuole coſa è collocare queſti tre principij frà le dimande; sì per la facilità, sì perche ci comandano, che facciamo qualche coſa: Percioche, doue dice Euclide; che da qual ſi voglia punto, tirando vna linea retta, ſegue quella diffinitione, che la linea è il fluſſo del punto, e che la linea retta è vn' vgual fluſſo, e non piegato. Se dunque intendiamo il punto mouerſi d'vn moto vguale, & breuiſsimo, incontraremo l'altro punto; e così ſarà fatta la prima dimanda; non intendendo coſa varia. Ma ſe la linea retta foſſe terminata in vn punto, ſimilmente intendendo il detto termine mouerſi d'vn moto breuiſsimo, & vguale, ſi formarà la ſeconda dimanda, con facile, & ſimplice modo. Se poi intendiamo la linea retta, terminata da vna parte, eſſere immobile, e dall'altra mouerſi intorno al punto, che ſtà fermo, ſi farà la terza dimanda; percioche il centro ſarà il punto immobile, e l'interuallo la linea retta, &

quanto ella ſerà longa, tanto ſerà l'interuallo à tutte le parti della circonferenza.

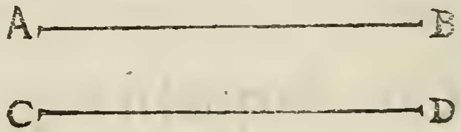
I I I I.

Che gl'angoli retti ſiano tutti vguali.

E noto per la IX. diffinitione di queſto.

V.

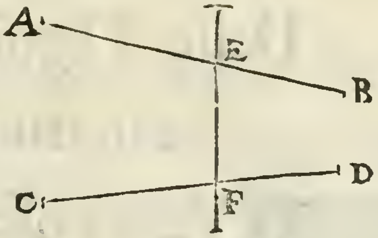
Che le linee rette parallele, ouero equidiſtante, eſſendo prolongate in vn medeſimo piano in infinito nell'vna, e nell'altra parte non ſi congiungono giamai inſieme:



V I.

Se ſopra due linee rette, cade vna linea retta farà gli angoli interiori, & da vna medeſima parte, minori di due retti; quelle linee prolungate, ſi congiungeranno inſieme da quella parte, che gli Angoli ſono minori di doi retti,

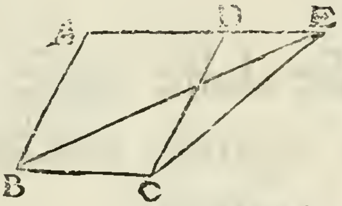
Come le due linee A B, C D, cadendole ſopra la linea retta E F, ſi congiungeranno dalla parte di B, & D, ſendo gli angoli D F E, B E F, minori di due retti.



V I I.

Che i Triangoli & parallelogrammi, che hanno le baſi vguali, e fra linee parallele; il parallelogrammo ſia doppio del Triangolo.

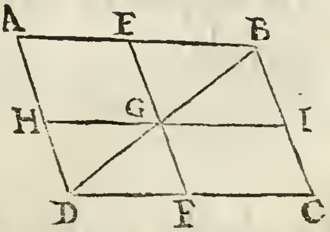
Con ragione ſi può concedere queſta dimamda eſſendo la 41. propoſitione del primo d'Euclide, nella quale ſi dimoſtra, che eſſendo il parallelogrammo A B C D, nella medeſima baſe B C, del triangolo B C E, & frà le due linee equidiſtante A E, B C, il parallelogrammo ſia doppio del triangolo E B C.



V I I I.

Che i ſupplementi d'ogni Parallelogrammo ſiano vguali.

Non è fuori di ragione il conſentire queſta dimanda (eſſendo propoſitione dimoſtrata da Euclide nella 43. del primo, oltre che biſognando à queſta opera, per quello, che hauemo detto nella 31. diffinitione di queſto) che i ſupplementi, cioè A H G E, E F C I, nel parallelogrammo A B C D, ſiano vguali.



Delle Dignità. Cap. III.

DIGNITA PRIMA.

QVelle cose, che sono vguali à vna medesima; sono anchora vguali frà loro.

I I.

Se alle cose vguali si aggiungono cose vguali, tutte sono vguali frà loro,

I I I.

Se dalle cose vguali si traggono cose vguali, anchora le rimanenti saranno uguali.

I I I I.

Se alle cose disuguali si aggiungono cose uguali, saranno nondimeno diseguali.

V.

Se dalle cose disuguali si traggono cose uguali, le rimanenti saranno disuguali.

V I.

Quelle ſuperficie, che ſono del medeſimo genere, che hanno i lati, e gli angoli vguali, ſono frà loro vguali.

V I I.

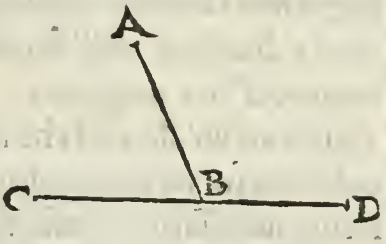
Il tutto è maggior, che la parte ſua.

V I I I.

Due linee rette non comprendono ſpatio alcuno.

I X.

Se da vn punto, che ſia in vna linea retta, ſia poſto due linee rette in diuerſe parti, & faccino gli angoli conſeguenti vguali à due retti, eſſe linee ſaranno per dritto tirate.



Notaſi, che queſta vien dimoſtrata da Euclide nella xiiij. Propoſitione del primo Libro.

∴ ∴

Delle Propoſitioni per la diuiſione dell'Angolo. Cap. IIII.

TVtte le ſeguenti Propoſitioni, ſi come ſeruono à varij fini, così ſaranno poſte ſotto varij capitoli; Alcune tendono à moſtrare come ſi debba diuidere l'Angolo; & alcune, come ſi poſſa tirare la linea perpendicolare; altre inſegnano à fare le linee parallele; altre à conſtituire vn parallelogrammo vguale ad vn rettilineo; & alcune altre il Quadrato.

Quelle, che moſtrano come s'habbia à diuidere l'Angolo, ſono di molta vtilità, & maſsimamente poiche in alcuni caſi la ſola diuiſione dell'Angolo baſta à fare ſolo la diuiſione dell'alluuione ragioneuole, & noi ci ſeruiamo nel diuider l'Angolo nel quinto Trattato al vij Capitolo nel primo, terzo, & quarto caſo, à fin che veniamo in cognitione del punto, oue debbia paſſare la linea diuidente infrà due confinanti nella linea fondamentale, & Bartolo la giudicò tale, che baſtaſſe à diuidere l'alluuione di più ripe; e perche la diuiſione dell'Angolo ſuppone il tagliamento d'vna linea minore d'vna maggiore, & queſta ſuppone fare vna linea retta vguale ad vn'altra; il che non ſi può dimoſtrare, che ſia, ſe non col formare vn triangolo equilatero, ò iſocelo; per queſto ci ſaranno neceſſarie le preſenti quattro propoſitioni.

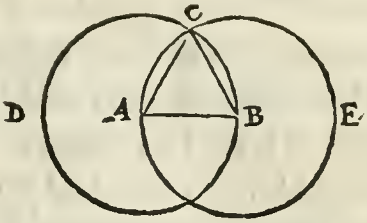
PROPOSTA PRIMA.

Propoſitione 1. del primo d'Euclide

Sopra vna data rettalinea terminata, poſsiamo conſtituire vn Triangolo equilatero.

∴ ∴

Sia.



Sia la data retta linea terminata A, B. Bisogna sopra essa constituire il Triangolo equilatero dal centro A, con l'interuallo A B. Descriuasi il cerchio B, C, D, & similmente dal centro B, con l'interuallo A B descriuasi il cerchio A C E, e dal punto C, nel quale i cerchi si segano frà loro; & dalli punti A B siano tirate le linee rette A C, & B C, sarà sopra la linea retta A B, constituito il Triangolo equilatero A B C; percioche A è centro del cerchio B C D; dunque A C è vguale all'A B; & perche anchora B è centro del cerchio C A E, sarà la B C vguale all'A B, & la C A è dimostrata vguale all'A B. Adunque l'vna, e l'altra di esse C A, & C B sono vguali alla linea A B: Onde le tre linee A B, A C, B C saranno vguali frà loro: Adunque il Triangolo A B C è equilatero: Et è constituita sopra la linea A B terminata, come si richiedeua.

Cap. 2. Diman. 3. 2. Tratt. Cap. 2. Diman. 1.

Cap. 1. Diffin. 15.

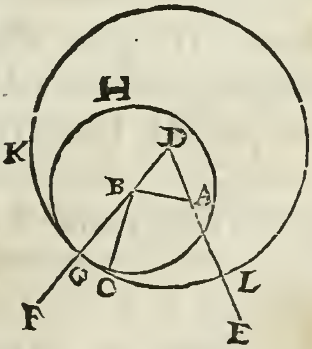
Cap. 1. Diffin. 20.

Si hà da sapere, che sopra la data retta linea terminata, se le può anchora constituire il triangolo Isocelo, & lo Scaleno, come si vede in Proclo, & in molti altri moderni.

I I.

Da vn punto dato posiamo tirare vna linea retta vguale ad vn'altra data.

Prop. 2. del 1. d'Eucl.



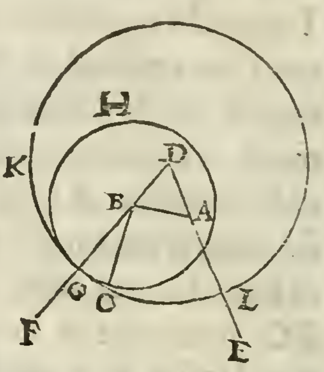
Sia il dato punto A, & la data retta linea B C, bisogna dal punto A tirare vna linea retta vguale alla B C. tirisi dal punto A qual si voglia punto, come B nella linea retta A B, & sopra d'essa constituiscasi il triangolo equilatero A B D, & si prolunghino per lo dritto le due linee D B, e D A nei punti F, & E, e dal centro B descriuasi il cerchio C G H, secondo l'interuallo B C, & similmente dal centro D descriuasi il cerchio G L K. Dico la

Cap. 2. Diman. 1.

Precedente propositione Diman. 2. Diman. 3.

linea A L eſſere vguale alla B C. Percioche il punto B è centro del cerchio C G H. Per la diffinitione del cerchio, la B C è vguale alla B G. Oltra di queſto D è centro del cerchio G L K: ſarà dunque la D L vguale alla D G; perilche la D A è vguale alla D B. Hora ſe cauiamo dalle due linee D G, & D L le due linee D B, & D A, le rimanenti B G, & A L ſaranno vguali; così la B G è ſtata dimoſtrata vguale alla B C; Onde la A L ſarà vguale ad eſſa B C. Adunque dal dato punto A ſi è tirata la linea A L vguale alla B C, come ſi conueniua. Et è da notare, ſi come ſcriue Proclo, che queſto problema hà molti caſi, cioè, che il punto A ſi può dare in varij modi.

Cap. 3. Tratt. 2. Dignità 3.



I I I.

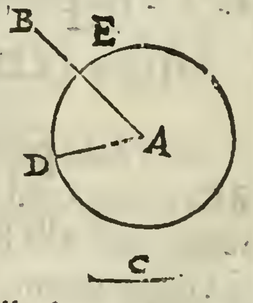
Propoſit. 3. del 1. d'Euc.

Date due linee rette diſuguali dalla maggiore, poſsiamo tagliarne vna vguale alla minore.

Siano le date due linee diſuguali A B, & la C, delle quali la A B ſia maggiore; Biſogna adunque dalla maggior A B tagliare vna linea retta vguale, alla minore C. Pongaſi dal punto A la linea A D vguale alla C. Dapoi dal centro A deſcriuaſi il cerchio A E D, ſegando la linea A B nel punto E. Dico la linea A E eſſere vguale alla linea C data: Percioche la linea A E è vguale alla linea A D; eſſendo che il punto A è centro del cerchio D E. Dunque la linea A E, eſſendo vguale alla linea A D, ne ſeguirà, che l'vna, & l'altra di eſſe A D, & A E ſaranno vguali alla C. Onde alle due linee diſuguali A B, & C ſe è tagliata dall'A B maggiore, la A E vguale alla C minore, come biſognaua fare.

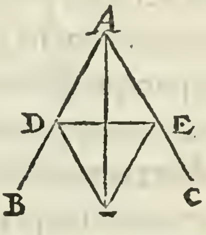
Per l'antecedente. Diman. 3.

Cap. 1. Diffin 15. Dign. 1.



IIII.

Dato vno Angolo rettilineo posſiamo diuiderlo per mezo.



Sia il dato angolo rettilineo B A C, il quale biſogni diuidere per mezo; tolgaſi nella linea A B qual ſi voglia punto D, & dalla linea A C, tagliſi A E vguale alla A D, & giunto la D E conſtituiſcaſi ſopra eſſa il triangolo equilatero D E F, & giungaſi A F. Dico l'angolo B A C eſſer diuiſo per mezo dalla linea retta A F. Percioche eſſendo la A D vguale alla D E, & la A F communi, ſaranno dunque le due linee D A, & A F vguali alle due E A, & A F, & l'vna, & l'altra all'vna, & all'altra, & la baſe D F è vguale alla baſe E F: dunque i due triangoli D A F, & E A F ſono vguali; perche hanno i lati, e gli angoli vguali: Onde l'angolo B A C dato è diuiſo per mezo dalla linea retta A F, come biſognaua.

Propoſit. 9. del 1. d'Euc.

Propo. 3. di queſto.

Propoſit. 1. di queſto.

Per la Dignità 6. di queſto Trat.

Delle propoſitioni per la perpendicolare. Cap. V.

QVando il tirare la perpendicolare non foſſe nella noſtra diuiſione vtile ad altro, è egli nondimeno neceſſario à mandare gl'intereſſati al fiume; il che è vna delle due intentioni, che dobbiamo ſempre hauere innanzi à gli occhi. Perche, ſe bene ci potreſsimo ſpeſſo valere d'altro modo, che del diuidere con linee diuidenti, ma non perpendicolari; nondimeno habbiamo biſogno di valerci di eſſa, accioche ſia vna regola vniuerſale, da ſeruirſene in tutti i caſi dell'alluuioni; & chi voleſſe oſſeruare altro modo, occorrerebbe tal volta, che alcuno de gl'intereſſati nò haurebbe l'adito al fiume: ma quando bene ci poteſsimo valere delle linee diuidenti, non

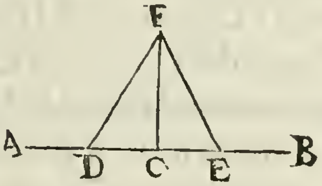
perpendicolari alla linea, che sarà tirata nell'alluuione per fondamentale: nondimeno è conueniente l'eleggere la linea diuidente perpendicolare, essendo ch'ella sopraauanza d'eccellenza ogni altra linea retta; perche, come è manifesto ad ogn'vno mediocremente versato ne gli elementi d'Euclide, che volendo sapere la quantità di qual si voglia superficie rettilinea, bisogna hauere notitia della perpendicolare, della quale inuentore è stato Onopide secondo Proclo Diadoco, e da lui vien detta Gnomon, & io credo, che per questo medesimo rispetto Vitruuio habbia nominata la seconda parte principale dell'Architettura Gnomonica: perche è cosa drizzata in squadro, e non solo la piglia per gli horologi ne i piani, ma ancho per le mura, ò pareti, che gli vogliamo chiamare. Ma che diremo noi di Pitagora, il quale offerse cento Buoi in sacrificio per l'inuentione dello squadro, cioè di due linee rette, che l'vna stia perpendicolare all'altra? Ma se volessimo narrare le qualità, & proprietà, che nascono dalle perpendicolari, non bastarebbe vn volume intiero. E se la legge dice anch'ella, che le linee siano per dritto tirate al fiume, & all'isola, perche non debbiamo anchor noi maggiormente eleggere la perpendicolare, essendo ancho mente di Bartolo, il quale lo dice espressamente nella sesta figura, che le linee diuidenti siano perpendicolari, se bene poi nella ottaua, nona, decima, vndecima, decimaseconda, decimaterza, decimasettima, decimaottaua, decimanona, & vigesima figura da principio alla diuisione con linee transuersali, & nella fine riesce pure con linee perpendicolari; Ma come accidentalmente, percioche poteua accadere, che la ripa del fiume non fosse stata lontana de i confini de' campi, & che iui fosse bisognato seruirsi della perpendicolare; se adunque questo è il proposito nostro, che debbiamo altro ricercare? Concluderemo adunque, che la perpendicolare si può tirare in due maniere, ò da vn punto dato fuori della linea retta, ouero da vn punto dato in essa; & è impossibile prouare, ch'ella sia perpendicolare, se non si sega la linea retta in due parti vguali; per questo ci potranno bastare le tre seguenti propositioni.

Pos-

PROPOSTA PRIMA.

Posſiamo ſegare vna linea retta terminata, in due parti vguali. *Propoſi. 10. del 1. d'Euc.*

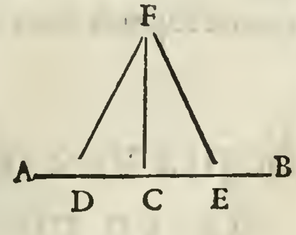
Sia la data retta Linea terminata A B, la quale biſogni ſegare in due parti vguali, pigliſi qual ſi voglia punto D. Dapoi facciaſi la B E vguale alla A D, *Cap. 4. 3. propoſ. di queſto.* & ſopra la D E conſtituiſcaſi il triangolo equilatero D F E, *1. del mede.* & l'angolo D F E diuidaſi per mezo dalla linea F C, *4. del mede.* la quale, dico anchora, che diuide la linea A B in due parti vguali nel punto C; percioche la D F è vguale alla E F & la F C è commune. Sarà anchora per la conſtruttione la D C vguale alla C E: dunque il triangolo D F C è vguale al triangolo E F C, perche hanno i lati, & gli angoli vguali, & anchora B F è fatto vguale alla A D. Se alla D C ſi aggiunge la A D & alla C E la E B, ſarà per conſeguenza la A C *Cap. 3. Per la 6. Digni.* vguale alla C B: Onde la Linea retta terminata A B, è ſegata per mezo nel punto C, come faceua di biſogno.



I I.

Posſiamo da vna linea retta data cauare vna perpendicolare da vn punto dato in quella. *Propoſ. 11. del 1. d'Euc.*

Sia la data retta linea A B, & il punto in quella dato C, & biſogni del punto C cauare vna perpendicolare all'A B, pigliſi *Per la 3. del 4. Capo.* nell'A C il punto D, & tagliſi la C E vguale alla D C, & ſopra la D E, conſtituiſcaſi *1. del medeſ.* il triangolo equilatero D F E, & dal F al

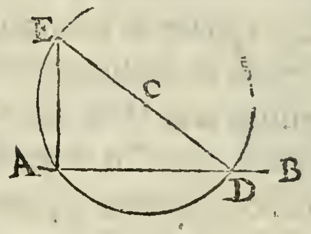


C tirisi la linea retta F C, la quale dico essere la perpendicolare, sopra della A B, perciochei due lati D C, & C F del triangolo D C F sono vguali à i due E C,& C F del triangolo E C F per la precedente. Dunque se la D C è vguale alla E C, & la F C commune, seguitarà, che la base D F del triangolo D F C sarà vguale alla base E F del triangolo E F C. Adunque li due triangoli D F C, & E F C sono vguali: Di più, se il triangolo D F E è vguale alli due triangoli D C F, & E C F la linea C F lo segarà per mezo, & farà, che gli angoli D C F, & E C F saranno vguali; & essendo vguali sarà similmente la linea C F perpendicolare sopra la A B. Adunque nella linea retta A B data, & dal punto C in essa, si è cauata la linea perpendicolare C F, che ciò bisognaua.

Per la 6. Digni. Cap. 3.

Per la 12. Diffinit. del 1. Cap.

Io non posso mancare di ponere anchora qui vn modo assai facile per cauare vna perpendicolare, tratto dalla 31. Propositione del terzo d'Euclide.



Sia di nuouo la data retta linea A B, & che noi vogliamo cauare vna perpendicolare da vn punto dato in essa, & sia per hora nell'estremo A; piglisi il punto C fuori della linea A B, purche non conuenga con essa A B, & in detto punto C pongasi il compasso,& secondo l'interuallo C A descriuasi il cerchio E A D, il quale segherà la linea A B nel punto D,e da esso punto D tirisi la linea D C sino à tanto,che seghi il cerchio nel punto E. Dopoi da E in A tirisi la linea E A, la quale dico essere la perpendicolare sopra della linea A B. La ragione di questo vien dimostrata nella 31. Propositione del 3. Lib. d'Euclide, che l'angolo E A D è retto, essendo nel mezo cerchio; Adunque la linea E A, cade drittamente sopra la linea A B.

3. Diman. del 2. Cap.

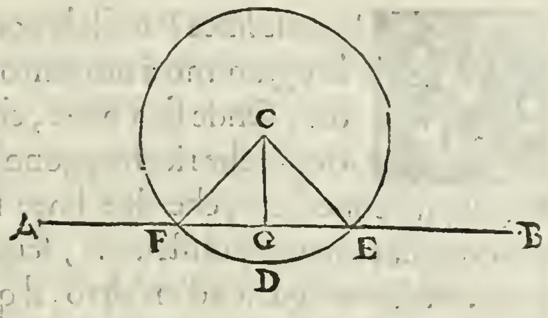
I I I.

Sopra vna data retta linea infinita, & da vn punto dato fuor di essa, pos-

12. Propositione del 1. d'Euclide.

siamo

ſiamo tirare vna linea retta perpendicolare.



Sia la data retta linea infinita A B, il dato punto C, che non è in eſſa, biſogna tirare vna linea retta perpendicolare, pigliaſi dell'altra parte della linea A B, qual ſi voglia punto D, & dal centro C con l'interuallo C D deſcriuaſi il cerchio E D F, il quale ſeghi la linea A B, nelli due punti E, & F, poi per la prima propoſitione di queſto capo ſegaſi la linea E F in due parti vguali nel punto G, & tiriſi la C G, la quale dico eſſer perpendicolare ſopra la A B, tirata dal punto C fuori di eſſa A B, percioche congiungaſi la C E, & la C F, ſaranno li due lati F G, C G del triangolo F G C, vguali alli due lati E G, & G C del triangolo E G C, & l'vno, & l'altro all'vno, & all'altro: Per la conſtrutione adunque la baſe C F ſarà vguale alla baſe C E: Onde li due triangoli F G C, E G C ſaranno vguali, perche gl'angoli conſtituiti in baſe vguali, & compreſi da i lati vguali, ſono vguali; ma quando dunque la linea retta ſtando ſopra vna linea retta fa gli angoli l'vno dopò l'altro vguali, ſaranno retti: onde la linea C G ſarà perpendicolare alla linea A B. Adunque ſopra la data retta linea A B, dal punto C fuor di quella ſi è tirata la linea C G perpendicolare, come biſognaua.

Per la Dim. 3. del 2. Ca.

Per la 6. Dignità del 3. Capo:

12. Diffini. del 1. Capo.

Delle

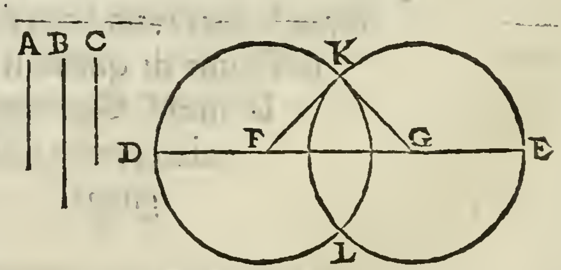
Delle Propositioni delle linee Parallele. Cap. VI.

Senza le linee Parallele non si può constituire il Parallelogrammo à noi tanto necessario, quanto poi si vedrà; Onde sarà bene, che poniamo quelle Propositioni, che ricchieggono alla loro cognitione, perche non si può conoscere, che due linee siano Parallele, nè ancho si può regolatamente construerle, senza la construttione d'vn'angolo rettilineo vguale ad vn'altro, il quale ricerca la construttione del triangolo da tre linee date; Noi però habbiamo elette queste tre Propositioni.

PROPOSTA PRIMA.

22. Proposi. del 1. d'Euc.

Da tre linee rette, che siano vguali à tre rette linee date, posiamo constituire vn triangolo; ma bisogna, che due di quelle, prese in qual si voglia modo, siano maggiori della rimanente.



Siano le tre linee date A, B, C; le quali siano prese due di quelle, in qual si voglia modo, pur che siano maggiori della rimanente, cioè che l'A, e B, siano maggiori, che la C, & la A, & C, siano maggiori, che la B, & anchora la B, e A sia maggiore, che la A. Onde bisogni da tre linee rette vguali all'A

B, C constituire vn triangolo: proponghisi la linea retta D E, terminata nel punto D; ma infinita verso E; & la D F vguale all'A, & la F G vguale alla B, & la G E vguale alla C, & dal centro F, con l'interuallo F D, descriuasi il cerchio D K L, poi dal centro G con l'interuallo G E, descriuasi l'altro cerchio K L E; in oltre giunghinsi la F K, & la K G; perilche dico essersi constituito il triangolo K F G, che hà i lati vguali alle tre linee A, B, C; percioche, essendo il punto F centro del cerchio D K L, sarà la F D vguale alla K F; ma la F D è vguale all'A: Dunque la F K è vguale alla medesima A; di più, se G è centro del cerchio L K E, sarà la G E vguale alla G K: ma la G E è vguale alla C, dunque G K è vguale alla C. La F G fù fatta vguale alla B; però le tre linee rette K F, F G, & G K sono vguali alle trè A, B, & C. Onde viene constituito il triangolo F G K si come bisognaua.

3. Proposit. 4. Cap. 3. Diman. 2. Cap.

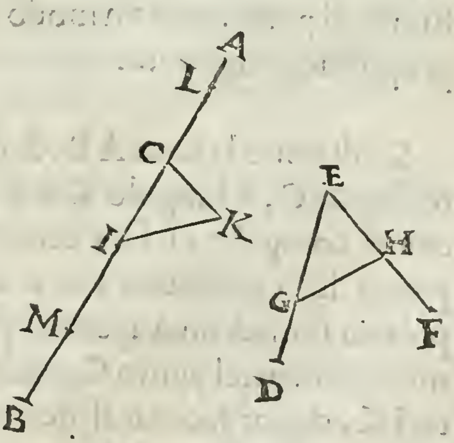
1. Diman.

Per la 15. Diffi. 1. Cap.

I I.

Data vna linea retta, & vn punto dato in quella, posssiamo constituire vn angolo rettilineo, vguale ad vn altro angolo dato.

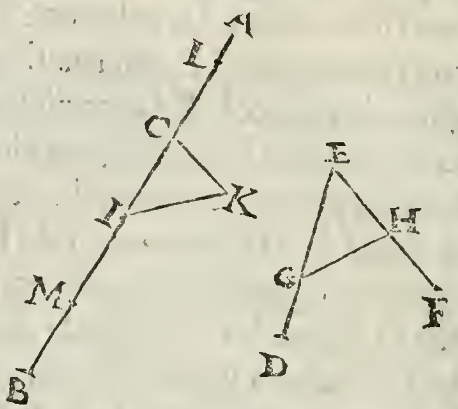
23. Propositione 1. del primo d'Eu.



Sia la data retta linea A B, & il punto dato in essa C, & l'angolo rettilineo dato D E F; bisogna dunque alla data retta linea A B, nel punto C, constituire vn'angolo vguale all'angolo D E F; piglisi nelle due linee D E, F E, li due punti, come si vogliono G, & H, & tirisi la G H, da poi constituiscasi il triangolo C I K, il quale habbia li tre lati vguali alle tre linnee G E, G H, H E; il che si farà

Per la 1. di questo capo.

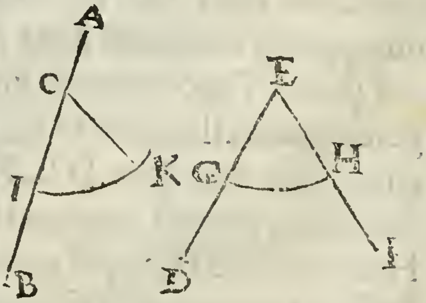
facilmente; perche pigliaremo la C I, vguale alla E G, la C L vguale alla E H, & la I M vguale alla G H, dopoi per li centri C, & I, ſecondo gl'interualli C L, & I M, ſi deſcriueranno i cerchi, i quali ſe ſegaranno nel punto K, & ſi farà il triangolo I C K, vguale al triangolo G E H, per la precedente propoſitione. Però dico, che l'angolo I C K è vguale all'angolo D E F; percioche li due lati C I, C K, ſono vguali alli due lati G E, E H, & l'vno, e l'altro all'vno, & all'altro: Onde la baſe I K, è vguale alla baſe G H;



adunque per la conſtrutione, ſe li due triangoli I C K, G E H, de i quali i due lati dell'vno ſiano vguali alli due lati dell'altro corelatiui, & la baſe dell'vno alla baſe dell'altro; gli angoli compreſi de' lati vguali, ſaranno vguali. La onde ſendo li due lati I C, K C, del triangolo I C K, vguali alli due lati G E, H E, l'angolo compreſo I C K, è vguale all'angolo G E H. Adunque alla, data rettalinea A B, nel punto C, habbiamo conſtituito l'angolo C, vguale all'angolo E dato, come conueniua. *6. Dignit. 3. Cap.*

Perche molte volte occorre il ſudetto problema nelle operationi Geometriche, & ancho nelle Geodiche; ſarà bene il moſtrarlo di pratica con vn modo facile, con il quale ſi conſtituiſce la propoſitione ſeguente.

Sia di nouo la linea A B, & il punto in eſſa C, e l'angolo D E F dato con il compaſſo, ſi farà centro nel punto E, e deſcriuaſi l'arco G H; poi con la medeſima apertura porremo il centro nel punto C, e giriſi l'arco I K, dopoi facciaſi il detto arco I K, vguale all'arco G H, e tiriſi la linea retta K C, & ſarà fatto l'angolo I C K, vguale all'angolo E

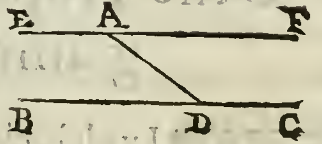


E H; perche, tirando la linea retta I K sarà vguale à quella tirata dalla G H, & così saranno fatti li due triangoli I C K, G E H, vguali. Adunque quei triangoli, che sono de' lati vguali, hanno anchora gli angoli vguali per la soprascritta propositione; Onde l'angolo C, sarà vguale all'angolo E, come si propose.

I I I.

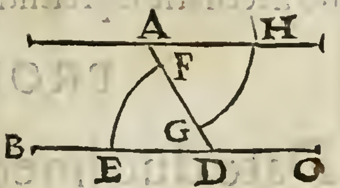
Da vn punto dato, posiamo tirare vna linea equidistante ad vna linea retta data. *31. Propositione del 1. d'Euclide.*

Sia il dato punto A, & la data retta linea B C, & bisogni per lo punto A tirare vna linea equidistante alla B C, piglisi nella B C; qual si voglia punto D, & tirisi la linea A D, dopoi facciasi l'angolo D A F vguale all'angolo A D B, & prolunghisi per diritto la linea retta F A per sin in E, la quale, dico essere equidistante alla linea B C, & essere tirato per il punto A. Percioche la linea retta A D cadendo sopra le due linee rette B C fà gli angoli alterni E A D, & A D C vguali per la 29. Propositione del primo d'Euclide: Onde saranno le due linee E F, & B C, equidistanti; Adunque per il punto A dato si è tirata la linea E F equidistante alla B C, il che bisognaua fare. *Cap. 2. 1. Diman.* *Per l'antecedente.*



Vn altro modo di prattica per tirare le linee parallelo molto vtile.

Di nouo sia la linea retta B C: se dal punto A fuori di essa vogliam tirare vna linea equidistante, che passi per il punto A; tirisi la linea A D: dopoi facciasi centro, con il piede immobile del compasso, nel pun-



to D (ma auertiscasi, che l'interuallo non sia maggiore, che la A D, perche ne seguirebbe, che la linea, che si vuol tirare non passaria per il punto A) &, secondo l'interuallo D E, descriuasi l'arco E F, &, con il medesimo interuallo, pongasi il centro nel punto A, e descriuasi l'arco G H, & secondo l'arco E F, seghisi l'arco G N, e per il punto A, & H, tirisi la linea A H, che sarà equidistante alla B C; perche l'angolo E D F è vguale all'angolo G A H, & questo è aperto, per la prattica della seconda propositione di questo capo.

Si deue sapere, che questa, & la pratica antecedente sono le più vniuersali, che siano poste da Euclide; Onde si dourebbono mandare à memoria; perche concorrono in qual si voglia sorte di due delineationi simili.

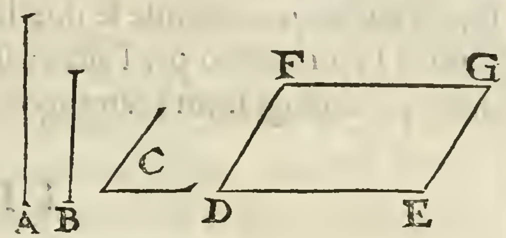
Delle Propositioni del Parallelogrammo. Cap. VII.

SI vedrà, che non possiamo fare la diuisione senza il mezo d'vna figura nota; sendo ancho questa conditione generale del nostro intelletto discorsiuo, che non si può venire in cognitione d'alcuna cosa ignota, senza il mezo di vna nota; & questa figura nota, tanto necessaria à noi, non è altro, che il parallelogrammo, vguale ad vn rettilineo noto, il quale non si puo constituire, se non applicando, à vna linea retta data, vn parallelogrammo vguale ad vn triangolo: nè questo si può fare, se non dissegnando vna superficie de' lati equidistanti in vn angolo dato, che sia vguale ad vn triangolo, nè questo si può fare, se prima non si fà vna figura quadrangola de lati opposti paralleli, da due linee date, & vn angolo; Adunque saranno necessarie le presenti quattro Propositioni.

PROPOSTA PRIMA.

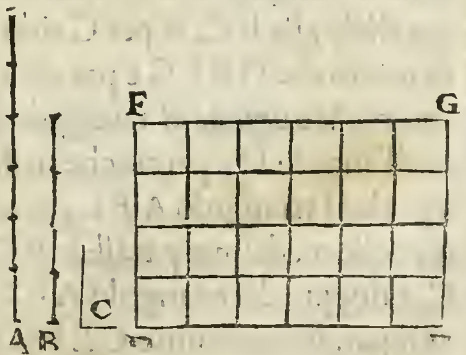
Date due linee rette, possiamo, con due

altre linee rette vguali à quelle, constituire vn parallelogrammo in vn angolo, vguale ad vn angolo dato.



Siano le date rette linee A & B, & l'angolo rettilineo dato C, & bisogni, cō due linee rette, le quali siano vguali all'A, & B, in vn angolo vguale all'angolo C, constituire il parallelogrammo: proponghisi la linea retta D E, la quale sia vguale all'A: onde nella linea retta D E, & nel punto D dato in essa constituiscasi l'angolo E D F vguale all'angolo C: di modo che la F D sia vguale alla B. Dopoi per la F tirisi la F G parallela alla D E, & per E, tirisi la E G parallela alla D F; per il che dico essere constituito il parallelogrammo F D E G, con due linee vguale alle due linee date; percioche la linea D E è fatta vguale all'A, & la D F alla B, & l'angolo E D F vguale alla C, & che la linea E G, è parallela alla D F, & la linea F G alla D E, & l'vn'e l'altra, all'vna, e l'altra; Onde la figura D F G E, è parallelogrammo per la 29. Diffinitione. Adunque da due linee date, & vn angolo habbiamo constituito il parallelogrammo D E G F, con l'angolo E D F, vguale all'angolo C, & le due linee D E, & D F, vguali alle due A & B, come bisognaua.

2. proposit 6. Cap. 3. Proposi. del mede.



Et è da sapere, che se le due linee date saranno note, & l'angolo anchora sia retto, il parallelogrammo sarà noto; come saria per essempio, che la linea A, fosse 6. piedi, & la B 4. piedi, & l'angolo C retto; la superficie F D E G rettangola, sarà 24. piedi superficiali, perche se noi ne imaginiamo, le due linee, che compren-

dono l'angolo retto, cioè, che l'vna ſtia perpendicolare all'altra, come nel parallelogrammo F D E G, & che l'vna ſi moua per trauerſo, & l'altra per il dritto, ſin tanto, che l'vna finiſca lo ſpatio dell'altra; allhora ſarà compito il detto parallelogrammo rettangolo, che comprende la ſuperficie di 24. piedi quadrati, che altro nõ vuol dire, che eſſendo conoſciute le due linee per numeri: ſi può multiplicare l'vn numero per l'altro; il qual produca la quantità del detto parallelogrammo rettangolo.

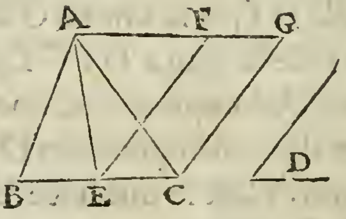
Euclide nel 2. libro alla 1. Diffinitio.

I I.

Propoſi. 42. del 1. d'Euc.

Dato vn triangolo, poſsiamo conſtituire vn parallelogrammo, à eſſo vguale, il quale habbia vn angolo vguale ad un angolo dato,

Sia il dato triangolo A B C, & il dato angolo rettilineo D, & biſogni conſtituire il parallelogrammo vguale al triangolo A B C, il quale habbia un angolo vguale all'angolo D. Diuidaſi l'vn de i lati B C in due parti vguali nel punto E: dopoi nel detto punto E conſtituiſcaſi l'angolo C E F vguale all'angolo D, & per A tiriſi la A G parallela alla E C, & per C tirarſi la linea C G parallela alla E F; di modo che C E F G è parallelogrammo, per la precedente propoſitione, & è uguale al triangolo A B C, & hà l'angolo C E F, uguale all'angolo D; percioche tiriſi la linea A E, il triangolo A E C è uguale al triangolo A B E, perche la B E, e uguale alla E C, & ſono nelle medeſime parallele B C A G. Adunque il triangolo A B C, e doppio del triangolo A E C; poiche B C è doppio di E C: onde il parallelogrammo C E F G ſarà doppio del medeſimo triangolo A E C, perche hà la medeſima baſe, & è nelle medeſime paral



1. propo. del 5. Cap. di queſto.
2. propo. del 6. Cap.

38. Propoſi. del 1. d'Euc.

7. Dimanda del 2. Cap.

lele.

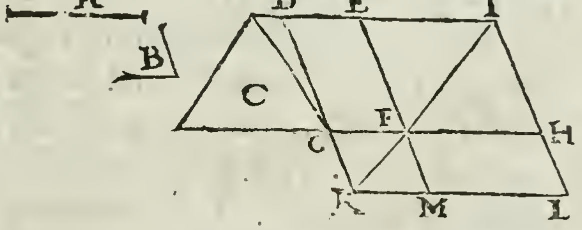
le. Adunque il parallelogrammo C E F G, è vguale al triangolo A B C: & l'angolo C E F vguale al dato angolo D, & l'habbiamo constituito come si richiedeua.

Se nel triangolo, sarà nota la perpendicolare, ouero la equidistanza delle due linee, & la base per numeri, l'area di detto triangolo sarà nota, & per consequenza quella del parallelogrammo, sendo però fatto vguale à detto triangolo; perche, se si multiplica la perpendicolare nella metà della base, ouero la base nella metà della perpendicolare, si hà quello, che si cerca, e come si troui questa perpendicolare riseruiamo ragionarne al primo caso nel settimo Capo, del quinto trattato; Oue si tratta della pratica Agrimensoria nella diuisione d'vna Alluuione di due ripe.

I I I.

Ad vna data rettalinea posiamo applicare vn parallelogrammo vguale ad vn triangolo dato, il quale habbia vn angolo vguale ad vn angolo dato.

44. Proposi tione del primo d'Euc.



Sia la data retta linea A, & l'angolo B, & il triangolo C, bisogna applicare alla data retta linea A vn parallelogrammo vguale al triangolo C, il quale habbia vn'angolo vguale all'angolo B dato. Constituiscasi il parallelogrammo G E F D vguale al triangolo C, il quale habbia l'angolo G F E vguale all'angolo B dato; produchisi la linea G F fin in H, talmente che la F H, sia fatta vguale alla linea retta A data, & per H tirisi la H I, equidistante alla F E prolongata in L, & similmente sia tirata da D I, passando per E parallela alla G H, do-

Per la precedente.

3. Proposit. del 6. Cap.

poi

poi tirisi I K sin tanto, che concorrà con la D G, protratta in K, & per il punto K, tirisi la K L equidistante alla G H, segando la E F, allungata in M. Dico, che il parallelogrammo F M L H, il quale hà il lato F H vguale alla linea A data, essere quello, il quale si cerca; percioche l'angolo M F H, è fatto vguale all'angolo B dato, & per conseguenza all'angolo M F G; perche è manifesto per la x v. propositione del primo d'Euclide; che, se due linee rette si segano fra loro, fanno gli angoli contra posti vguali: Adunque se il parallelogrammo M F H L è suplemento del parallelogrammo D K L I, il parallelogrammo D G F E, parimente sarà suplemento del parallelogremmo D K L I: Onde si è domandato, che li suplementi in ogni parallelogrammo siano vguali: adunque, li suplementi M F H L, D G F E del parallelogrammo D K L I son frà loro vguali, poiche il parallelogrammo D G F E fù fatto vguale al triangolo C, & la linea F H vguale alla A, habbiamo noi dunque alla linea F H applicato il parallelogrammo F M I H vguale al parallelogrammo F E D G, & per consequenza al triangolo C dato, il quale hà l'angolo M F H, vguale allangolo B, come bisognaua.

2. Cap. 7. Dimanda

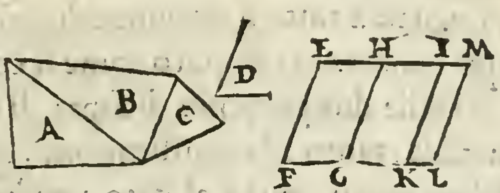
I Pitagorici dicono, che tre cose conuengono à questo Problema, cioè la linea data, il triangolo, & l'angolo. La linea data è largezza, ò longezza del parallelogrammo, il Triangolo è lo spatio, & l'angolo ui bisogna: adunque, se noi vorremo applicare alla data linea retta il parallelogrammo vguale al triangolo porremo per essempio, che la linea data sia longa 4. piedi, e lo spatio del triangolo 12. piedi, inuestigaremo l'altro lato, il quale sarà 3. piedi, multiplicando la longhezza nella larghezza, haueremo vn spatio vguale al triangolo. Tale è adunque l'applicare vn parallelogrammo ad vna linea terminata, & questo lo dice Proclo al com. decimottauo.

IIII.

45. dei primo d'Eucl.

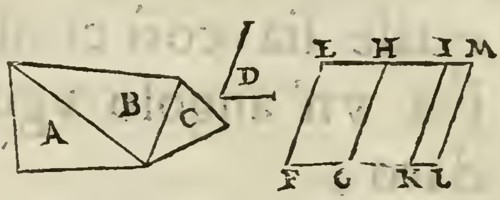
Posiamo constituire vn parallelogrammo uguale ad un dato rettilineo, il

quale ſia così conſtituito, che habbia vn'angolo vguale ad vn'angolo dato.



Sia il dato rettilineo A B C, & il dato angolo D, & biſogni conſtituire vn parallelogrammo vguale al rettilineo A B C, il quale habbia vn angolo vguale all'angolo D, riſoluaſi dunque il rettilineo nelli triangoli A B C. Dopoi conſtituiſcaſi il parallelogrammo E F G H vguale al triangolo A, il quale habbia l'angolo G F E vguale all'angolo D. Per la ſeconda propoſitione di queſto capo, & anchora ſopra alla linea G H applichiſi il parallelogrammo H G K I vguale al triangolo B per la precedẽte propoſitione, & habbia l'angolo H G K uguale all'angolo D; & così ordinatamente il parallelogrammo I K L M uguale al triangolo C, & più oltra ſi procederia, ſe più triangoli foſſero nel rettilineo. Dico adunque, che il parallelogrammo totale E F L M è vguale al rettilineo A B C: percioche li dui angoli F G H, H G K ſono uguali à due retti, perche le due linee G F, G K ſono tirate in diuerſe parti dal punto G della linea H G, & ſono per dritto per la 9. Dignità; adũque li dui angoli G K I, I K L ſaranno anchor loro vguali à due retti, ſendo le due linee G K, K L tirate per dritto dal punto K della linea K I: & il medeſimo ſi dirà delli dui angoli E H G, G H I eſſere vguali à due retti, & li due H I K, K I M parimente eſſere vguali à due retti, douendo conſtituire il parallelogrammo E F L M. Si prouarà ancho, che le due linee E F, G H, che chiudono il parallelogrammo E F G H vguale al triangolo A, ſono vguali, & parallele; perche l'angolo F G H è vguale all'angolo F E H, contrapoſto per la 30. Diffinitione di queſto: adunque le due linee E F, G H ſono vguali, & parallele, & il medeſimo ſi deue dire della G H, & K I, & inoltre della K I, & L M, poiche il parallelogrammo G H I K è fatto vguale al triangolo B, & il parallelogrammo

KIML, vguale al triangolo C, seguitarà, che tutto il parallelogrammo EFLM, il quale hà l'angolo EFG, vguale all'angolo D dato, sarà vguale à tutto il rettilineo diuiso nelli triangoli A,B,C: Adunque habbiamo essequito come si conueniua.



Delle due proposte di sopra di questo capo; questa è più vniuersale, tanto alla constitutione, quanto all'applicatione de parallelogrammi vguali al dato rettilineo: perche se si darà vn triangolo, ò quadrato, ò alcun'altra figura multilatera per questo problema constituiremo, vn parallelogrammo vguale: conciosia, che ogni rettilineo se risolue in triangoli, & poi constituendo il parallelogrammo vguale ad vno di essi, & adattando i parallelogrammi vguali à gl'altri, alla data retta linea, cioè à quella, alla quale si è fatta la prima adattatione, hauremo il parallelogrammo vguale al rettilineo, che è composto di molti triangoli, & sarà fatto quello, che si proponeua, & questo lo scriue Proclo nel comento 19. nel libro quarto.

Delle propositioni del Quadrato. Cap. VIII.

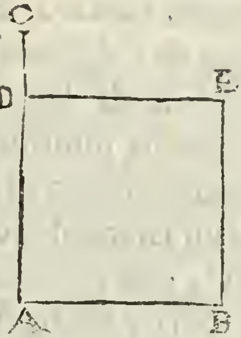
PErche habbiamo promesso volerci abbassare tanto in questa opera nostra, col porre vna pratica sensata, la quale ogni mediocremente erudito possa intendere, & essequire questa diuisione, non habbiamo voluto mancare di porre le seguenti due propositioni, vtili principalmente à questo fine, come si vedrà nel quarto Trattato al Cap. vij. l'vna sarà il constituire vn quadrato vguale ad vn rettilineo; percioche in questo stà tutta la forza della pratica; ma perche ciò non si può fare senza descriuere vn Quadrato sopra d'vna linea data, ci la passaremo con queste due Propositioni.

PRO-

PROPOSTA PRIMA:

Data vna linea retta, posſiamo deſcriuere vn Quadrato.

46. Propoſitione del primo d'Euc.



Sia la data rettalinea A B, & biſogni ſopra di eſſa deſcriuere vn Quadrato; tiriſi la A C perpendicolare ſopra alla A B; dopoi tagliſi la A D vguale alla A B, e per D, tiriſi la D E, parallela alla A B, & per B, tiriſi la B E, equidiſtante alla A D. Dico, che la figura A B E D è quadrata; percioche, ſe l'angolo D A B, è vguale all'angolo A B E, le due linee ſaranno perpédicolari alla medeſima A B per la diffinitione dell'angolo retto; adunque le due linee ſon parallele; adunque ſe nella conſtruttione le due linee A D, B E, ſono vguali, ſeguitarà, che la D E, ſia vguale alla A B, & parallela ad eſſa A B; Onde le quattro linee A B, A D, D E, E B ſono vguali; & la figura A B E D, è quadrata & rettangolà, & habbiamo conſtituito ſopra la linea A B il Quadrato A E, come biſognaua.

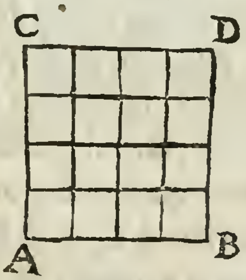
3. Prop. del 5. Cap.

3. prop. del 4. Capo.

3. propoſit. 6. Cap.

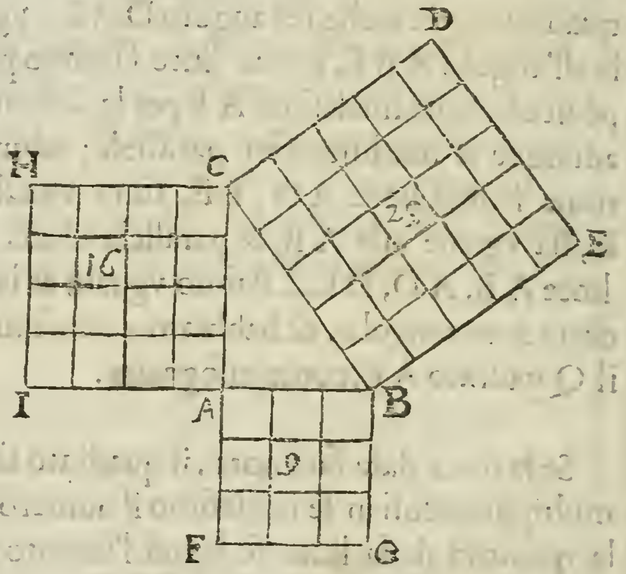
5. Diman. 2. Cap.

Se la linea data ſarà nota, il quadrato ſarà ancho noto, perche, multiplicandoſi in ſe medeſimo il numero della quantità della linea ſe haurà l'intento, come ſaria, che la linea data A B foſſe longa 4. piedi, la quale multiplicata in ſe ſteſſa farà 16. piedi ſuperficiali, come è nel Quadrato A B C D.



Oltra ciò, ſi hà da ſapere, che molte volte nella pratica della diuiſione delle alluuioni occorre, coſi al Geometra, come allo Agrimenſore formar triangoli rettangoli, coſi nel miſurare il terreno di eſſa alluuione, come ancho per trouare il púto, oue debba paſſare la linea diuidéte, i quali triangoli, per li molti preuilegi, che hanno di ſua natura ſono, molti

frequentati da tutti i Mathematici nelle attioni loro. Hauendo noi non dimeno proposto di volere seruirci di molte cose al proposito nostro per aggiungere al fine desiderato, ci par, che non sia se non bene dire alcune conuenienze, che hanno detti triangoli applicato à questo soggetto delli quadrati per auttorità d'Euclide nella 47. Propositione del primo lib. della quale proprietà diremo hora, accioche ne restiamo più chiari; le altre poi le tratteremo nel quinto trattato. *Euclide, adunque dice: Ne triangoli rettangoli il quadrato che si descriue dal lato sottoposto all'angolo retto, è vguale alli quadrati descritti da i lati, che l'angolo retto contengono.* Onde per essere propositione dimostrata da lui viene ad essere manifesta senza altro ragionamento. Nondimeno porremo noi qui vn'essempio vtile de vn triangolo rettangolo, del quale i lati siano noti come dell'A B C, cioè che il lato B C sia 5. piedi, A B 4. & A B 3. de i quali lati il più longo sarà il B C, perche è opposto al maggiore angolo, che cosi vien dimostrato da detto Euclide nella 18. propositione del primo. onde il quadrato, che si descriue sopra detta B C, cioè multiplicando la B C in se stessa, farà il quadrato B C D E, de piedi 25 superficiali, il quale sarà vguale alli doi quadrati A C H I, A B G F, descritti sopra li doi lati A C, & A B, ouero multiplicati in se medesimi; perche l'vno è 16. piedi, & l'altro 9. giunti insieme faranno 25. che è il proposito.



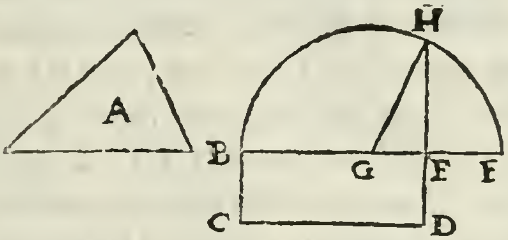
I I.

14. Proposi. del 2.

Posiamo constituire vn quadrato v-

guale

guale ad vn rettilieo dato.



Sia il dato rettilineo A,& bisogni descriuere vn quadrato ad ess'A vguale: constituiscasi il parallelogrammo rettangolo BCDE vguale al rettilineò A; ma se'l lato E D sarà vguale al lato B E, s'haurà quel che si cerca, & se B E, è maggiore che D E, prolonghisi la B E in F, ponendo E F, vguale alla E D, e diuidasi la B F in due parti vguali nel punto G, facendo centro nel detto punto G, descriuendo il mezo cerchio B H F, secondo l'interuallo B G. allungando poi la D E per lo dritto sino alla H, segando il mezo cerchio nel punto H. Dico il quadrato descritto della linea E H esser vguale al rettilineo A dato: percioche tirandosi la linea retta G H (perche la linea B F si diuide vgualmente nel punto G, & inegualmente nel punto E) il parallelogrammo B E, in E F, con il quadrato di G E, sarebbe vguale al quadrato di G F, & per conseguenza della G H, per la quinta propositione del secondo d'Euclide. Similmente il quadrato della linea G H, è vguale alli quadrati delle due linee G E, & E H, perche l'vna, e l'altra contengono l'angolo retto G E H: onde cauandosi dall'vno, & dall'altro il quadrato G E, restarà il quadrato E H vguale al parallelogrammo B D. poiche il parallelogrammo B C D E è vguale al rettilineo A, & il quadrato descritto sopra la linea E H è vguale al parallelogrammo B D. Sarà anchora, per la construttione, il quadrato descritto sopra la E H vguale al rettilineo A, ilche bisognaua fare.

4. Proposit. del 7. Cap.

1. Proposit. del 5. Cap.

3. Dimand a del 2. Cap.

Per la notatione di sop.

COROLLARIO.

Dalle cose dette è chiaro; che, se il rettilineo dato sarà noto, il parallelogrammo sarà ancho noto, & per consequenza il quadrato. Si potrebbono dire qua alcune cose appartenenti alla trasmutatione delle figure rettilinee, ma le riseruaremo, come à miglior

luogo nella terza propositione del 5. Capo del quarto Trattato.

Euclide nel 10. Libro.

E' da notare che alcuna volta nelle cose, che seguitano ci occorrerà seruirci di questo termine potenza, la quale non vuol dire altro appresso i Geometri, che il lato d'vna superficie quadrata: Onde, se la potenza d'vna linea sarà nel lato d'vna figura quadrata. quella del suo diametro sarà il doppio del quadrato de ciascun suo lato. Si come nella propositione di sopra, quando si dimanda di fare vn quadrato vguale ad vn rettilineo non è altro, che dimandare di trouare il lato potente del rettilineo A, il qual è la linea H E. Et se hora non ci siamo seruiti di detti termini potenza, & potente, è stato perche si è dimostrata la propositione per mezo d'Euclide, il quale, per anchora non hauendo nel secondo Libro trattato delle quantità irrationali, non poteua ancho seruirsi di questo termine, che si conosce poi nel Libro decimo, & noi seguitando il suo stile ne daremo notitia nel terzo Trattato, oue si tratta della proportione irrationale; & con questo si porrà fine al presente Trattato.

Per le ragioni dette nella notatione della propositiõe di quello.

Il Fine del secondo Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO III.

Della diffinitione delle propoſitioni, & delle loro diuiſioni. Cap. I.

SEgue in queſto terzo Trattato il ragionamento delle proportioni, coſa tanto vnita alla quantità, che ſenza la cognition loro non ſi potrebbono diuidere l'Alluuioni. Si hà da ſapere adũque, che in due maniere ſono conſiderate dalli Filoſofi, l'vna communemente detta, che è habitudine di due coſe inſieme comparate l'vna all'altra, in alcun termine vniuoco, della quale ſi laſciarà di ragionare; ſi per eſſere conſideratione, che conuiene à Filoſofi, ſi ancho, perche ci pare, che à ſufficienza n'habbia detto in vn trattato il grande Alberto di Saſſonia, & più ampiamento l'Eccellentiſsimo Dottore il Signore Benedetto Vittorio Faentino comentatore di detto Alberto: l'altra, la quale è propriamente detta, comprende tre generi principali, che conſiſtono intorno alla quantità; come Geometria, Aritmetica, & Harmonica. Nondimeno per eſſere dottrina tratta da Euclide, il quale

considera à pieno tutte le scienze Mathematiche, solo della Geometrica ragionaremo, come quella, la quale habbiamo detto conuenirsi al giusto distributiuo, nel compartire le cose, che gli vengono poste innanzi; & noi, douendo trattare della diuisione dell'alluuioni, diremo (conforme alla diffinitione del quinto lib. d'Euclide) quello che sia questa proportione.

2. cap. del primo tratt.

La proportione adunque è il rispetto, ò comparatione, che si troua tra due quantità d'vn medesimo genere, quando sono paragonate nelle quantitadi.

Quelle quantità si chiamano in questa materia del medesimo genere, che sono tali, che la minore di quelle multiplicata possa eccedere la maggiore; & perche la linea per più che si multiplica, non può eccedere la superficie, nè la superficie per più, che si multiplichi non può eccedere il corpo: però si trouerà proportione fra due linee d'vna stessa qualità, & il medesimo infra qual si voglia due corpi, & frà qual si voglia due superficie: pur che la minore, ò il minor delle due, per più che si multiplichi possa eccedere il maggiore, & questo nelli numeri chiaro si vede: perche qualunque numero, per picciolo ch'egli si sia, si può multiplicare di sorte, che eccederà il maggiore, che sia proposto à noi; & questo basta circa alla vniuersale diffinitione, però passaremo alla diuisione.

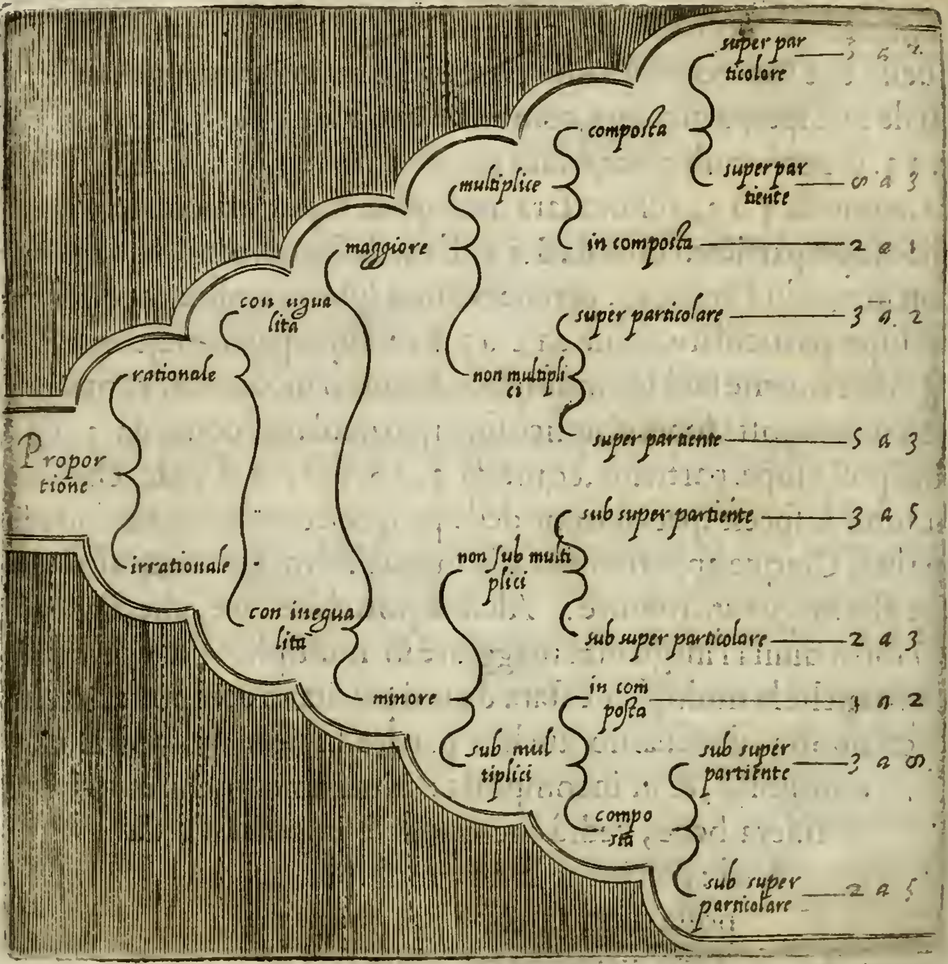
Diuisi. della propositione

Il Genere generalissimo delle Proportioni Geometriche, si diuide nelle sue prime differenze, in proportione irrationale, & proportione rationale, la irrationale è come da radice 10. à 4. la rationale è sotto diuisa: percioche altra è rationale con vgualità, altra è rationale con inegualità. quella che è con vgualità, è come da 3 à 3: ma quella, ch'è rationale cõ inegualità, hà due differenze; percioche alcuna è con inegualità maggiore, & alcuna con inegualità minore; quella che è con inegualità maggiore, è quãdo l'antecedente è maggiore del conseguente, come da 7 à 3, & per l'opposito, quando

l'an-

l'antecedente è minore del conſeguente, come è da 3 à 7 ſi dimanda con inegualità minore. Ma quella, che è con inegualità maggiore, ò è multiplice, ò non multiplice: ſi dimãda multiplice quella, che l'antecedente contiene più volte il conſeguente; & non multiplice quella, che l'antecedente non contiene il conſeguente più volte; la quale è ò ſuperparticolare, come da 3 à 2, ò ſuperpartiente, come da 5. à 3: ſe poi è multiplice, ò ſarà incompoſta, come da 2. à 1. ò cõpoſta, come da 5. à 2, allhora ſarà multiplice ſuperparticolare, ò multiplice ſuperpartiẽte, come da 8. à 3. Il medeſimo ſi dirà di quella, ch'è con inegualità minore: perche ò è non ſubmultiplice, & così ſarà ſubſuperparticolare, come da 2. à 3. ò ſubſuperpartiente, come da 3. à 5. ò veramente ſarà ſubmultiplice, & così ò incõpoſta, come da 1. à 2, ò compoſta ſubmultiplice ſuperparticolare, come da 2. à 5. ò compoſta ſuperpartiente, come da 3. à 8: dal che ſi vede, che dieci ſaranno le ſpecie ſpecialiſsime della proportione rationale con inegualità; Cinque appartenenti alla inegualità maggiore, & altre cinque alla inegualità minore. Alcuno potrebbe dire, che, hauendo noi ſotto diuiſa l'inegualità maggiore in multiplice, & non multiplice; poiche la multiplice è ſtata da noi partita in compoſta, & in incompoſta, doueuamo anchor partire la non multiplice in compoſta, & in incompoſta: Nondimeno chi conſidera bene, vedrà che queſto è impoſsibile da farſi: percioche la non multiplice incompoſta non ſarebbe più inegualità; ma verrebbe ad eſſere con la proportione rationale, che con l'vgualità ſi ritroua, come da 3. à 3. ouero da 2. à 2.

ARBORO DELLA PROPORTIONE GEOMETRICA.



Della Proportione irrationale. Cap. II.

LA proportione irrationale non ſi può diuidere in proportione con vgualità;perche,ſe foſſe vguale la irrationalità ſua , non ſarebbe irrationale: eſſendo che l'vno,e l'altro termine ſi cõterrebbe per l'vnità;la quale è quantità rationale , & non potendo riceuere queſta diuiſione con vgualità,poſsiamo dire aſſolutamente, che non riceuerà la di-

uiſione

uiſione dell'altre ſpecie, come interuiene nella rationale. Nondimeno potremo ben dire, che infra le irrationali alcune ſi ritrouano, che ſono communicanti, ouero commenſurabili; ma molte più ſono quelle, che ſono incommunicanti, ouero incommenſurabili. Le communicanti, ò commenſurabili dunque ſono quelle quantitadi, le quali hanno parte aliquota commune frà eſſe quantitadi; ouero ſon tali, che la minore è parte aliquota della maggiore. Parte aliquota addimandano i Mathematici quella quantità, la quale, ſendo preſa, ouero multiplicata vn numero di volte, reſtituiſce il ſuo tutto, del quale ella è parte, com'è l'vnità riſpetto à tutto il numero, & com'è il 2. riſpetto al 4. & il 6. al 12. Per queſta cauſa dunque la metà di qualunque numero, ò il terzo, ò il quarto, ò il quinto, oueramente tutte le altre parti ſi domandano parte aliquote; così che eſſendo à noi propoſte due quantitadi, ſe trouaremo, che quelle habbino vna medeſima quantità per parte aliquota, ò che l'vna di quelle ſia parte aliquota dell'altra; diremo, che la proportione, che ſi truoua infra quelle è rationale, così della maggiore, come della minore inegualità. Eſſempio; la proportione, che è frà 6. & 8: li quali numeri hanno per parte aliquota il numero 2; perche il numero 2 è il terzo di 6. & il quarto di 8. Di ſopra habbiamo detto, che l'vnità è parte aliquota di tutti i numeri; per queſta cauſa le proportioni, che ſi troueranno infra li numeri ſono rationali, & la medeſima vnità con tutti i numeri hauerà proportione. Però l'altre quantitadi, che non hanno parte aliquota commune, nè vna è parte aliquota dell'altra, ſono irrationali, com'è il diametro del quadrato al ſuo lato. Perche niuna parte aliquota del diametro non ſarà parte aliquota del lato, per più diuiſioni, che ci imaginiamo in queſte due quantitadi. Dunque non ſarà, per quel, che habbiamo detto, proportione frà il diametro del quadrato ad vno de' ſuoi lati: onde è da notare, che queſto non viene per difetto di ſcienza humana, com'è la quadratura del circolo: ma perche repugna alla natura del lato l'hauere parte aliquota, la quale ſia commune al detto lato: per la qual cauſa ſi chiama incommenſurabile alla ſua coſta. Come ſaria per eſſempio, che ſe il lato d'vn quadrato ſarà tre piedi, per con

3. Diffin. del x. d'Eucl.

ſeguenza l'area ſua ſuperficiale ſarà 9. La longhezza del ſuo diametro ſarà radice quadra 18 (così gli vien detto da gli Aritmetici) ſopra del quale ſe ſarà deſcritto vn quadrato, ſarà la quantità ſua ſuperficiale piedi 18; e perche il numero 18 non ha numero in ſe, il quale moltiplicato in ſe ſteſſo conſtituiſca detto numero 18, per queſto il Diametro non hà parte aliquota con il lato; ma il numero 9. hà il 3; che multiplicato in ſe medeſimo fa il 9. e per ciò la ſuperficie di 9. piedi quadrati hà parte aliquota con il ſuo lato longo 3. piedi. dunque il lato 3. non potrà eſſere commenſurabile col ſuo diametro, il quale è rad. 18. perche egli ſarà rationale, ma il diametro irrationale ſi potria ben dire, che foſſe in potenza commenſurabile; percioche la linea di lunghezza 3. piedi hà potenza di produrre il quadrato di 9. piedi ſuperficiali, e la linea di longhezza di piedi radici 18, hà potenza di produre il quadrato, che comprende 18 piedi quadrati, e perche trà il numero 9, e 18 la proportione è rationale. Si come trà il quadrato 18, & il quadrato 9 è commenſurabilità in atto, così trà la linea di tre piedi, & quella di piedi radice 18. ſarà commenſurabilità in potenza per la nona propoſitione del x. d'Euclide. Et di queſte quantitadi, che non hanno proportione, ne potremo aſsignare quante vorremo. Però frà le radici ſorde, cioè i lati de' numeri non quadrati, in alcuni ſe gli trouerà proportione rationale, quando habbino proportione frà loro, come da numero quadrato à numero quadrato per la detta 9. propoſitione d'Euclide. Diremo adunque per eſſempio, che radice 3. e rad. 12. hanno proportione rationale, perche, partendo l'vna per l'altra, l'auenimento ſarà numero quadrato; & anchora ſe multiplicando l'vn a per l'altra, il prodotto ſarà numero quadrato: adunque la proportione è rationale, e la rad. 3. è la metà di rad. 12. & rad. 12. è la metà di rad. 48; & ſe vorremo anchora trouare la terza parte d'alcune di queſte quantità denominata da numero infra le radice ſorde, ſe haurà in queſte tre quantitadi rad. 3. rad. 27. & rad. 243, le quali frà loro hanno la proportione, come da numero à numero, cioè la rad. 3 è la terza parte di rad. 27, & la rad. 27. è la terza parte di rad. 243, & così in molti altri ſi trouerà la proportione eſſere rationale.

Della proportione della maggiore, & minore inegualità. Cap. III.

LA Proportione della maggiore inegualità hà cinque ſpecie, ouero generi. La prima è non multiplice ſuperparticolare, l'altra non multiplice ſuperpartiente, la terza multiplice incompoſta, la quarta multiplice compoſta ſuperparticolare, e l'vltima multiplice compoſta ſuperpartiente. La proportione adunque non multiplice ſuperparticolare è, quando il maggior termine contiene il minore vna volta, & vna ſol parte aliquota d'eſſa minore; & queſta hà molte ſpecie; perche, ſe hà la metà per parte aliquota, ſi chiama ſeſquialtera, la quale è da 3. à 2, & da 6. à 4, e da 15. à 10, & da radice 18. à rad. 8, & da rad. 27. à rad. 12. Ma ſe la parte aliquota ſarà vn, & vn terzo, ſi chiamerà ſeſquiterza, come ſaria da 4 à 3, da 8 à 6, & da rad. 32 à rad. 18. Et ſe la parte aliquota ſarà vn & vn quarto, ſi chiamerà queſta proportione ſeſquiquarta, & ſarà, come da 5 à 4; & così ordinatamente ſeguitarà nell'altre ſpecie, com'è la ſeſquiquinta, ſeſquiſeſta, & ſeſquiſettima, ſecondo che per ordine vanno creſcendo i numeri naturali; perche il maggiore ſempre contiene il minore, come habbiamo detto vna volta, & vna ſola ſua parte, che così è neceſſario nelle proportioni ſuperparticolari, che la differenza di quelle ſia l'vnità: Onde da queſto ſeguita, che la parte aliquota piglia la denominatione dal numero minore. La proportione non multiplice ſuperpartiente è, quando il maggior termine comprende vna volta, & molte parti aliquote del termine minore, che non poſſono conſtituire il ſuo tutto, & ſecondo che ſarà il numero delle parti aliquote, & la qualità di quelle, così ſarà il nome della proportione; perche ſe il maggiore termine ſia cinque, & il minore tre, il maggiore conterrà vna volta, & due terzi di eſſo minore, & per eſſere il dua, che ſoprauanza il denominatore 3, ſe li dirà per queſto ſuperbipartiente terza; eſſendo come da

(margin: 1. Specie. — beside "La proportione adunque non multiplice ſuperparticolare"; 2. Specie — beside "La proportione non multiplice ſuperpartiente")

5 à 3; così da 10. à 6. & da rad. 50, a rad. 18. Potrà anchora essere superbipartiente quinta, come che la proportione sia da 7 à 5. per il che l'eccesso fra li termini è due quinti: Ma quando sarà da 9. à 7 sarà proportione superbipartiente settima, & così questa specie và variando, conforme alla qualità delle parti aliquot; le quali sono l'eccesso della maggiore quantità, che supera la minore: Però se le parti aliquote saranno tre, di sopra auanti chiamerassi questa supertripartiente, la quale terrà anchora le sue differenze secondo le qualità delle parti: Essempio da 7. à 4. è proportione supertripartiente quarta: ma da 8 a 5 sarà supertripartiente quinta; & da 10. a 7 supertripartiente settima; delle quali queste sono anchora le lor specie differente: perche non è la medesima proportione da 10. à 7. che è da 8. a 5. & da 7. a 4. & con questo medesimo ordine vanno le proportioni dell'altre quantitadi, le quali hanno d'eccesso tre per parti aliquote, com'è la proportione supertripartiente ottaua, decima, vndecima, decimaquarta: Ma quì si deue notare, che in questa specie non si trouerà proportione, che si chiami superbipartiente sesta, nè superbipartiente ottaua, nè supertripartiente nona; perche due sesti, due ottaui, & tre noni non sono numeri radicali della proportione, perche due sesti sono $\frac{1}{3}$, due ottaui $\frac{1}{4}$ & tre noni $\frac{1}{3}$ & (come questi termini radicali si trouino) lo mostraremo nel quarto Trattato alla prima, & seconda propositione del nono capo: Ma quando tale eccesso sarà dalla maggiore alla minor quantita, allhora questa proportione chiamarassi sesquiterza, & sesquiquarta, & saranno della prima specie: Deuesi anchor sapere, che in questo genere superpartiente, quando due superpartienti si chiamano vguali, è necessario, che il numero delli parti aliquote dell'vna sia vguale al numero della parte aliquota dell'altra, & che le qualità delle parti siano le medesime, & ancho nelle qualità delle denominationi siano simili i numeri: perche, essendo differente il numero delle denominationi, quella, che haurà maggiore il numero della denominatione, sarà minore; & questo è chiaro; che molto maggiore è la proportione da 5. a 3. che non è quella da 7. a 5. come si conoscerà, quando trattaremo della cōpositione delle proportioni.

La

La multiplice incomposta è, quando la maggior quantità comprende molte volte la minore. Dupla si dirà adunque quella, oue la maggiore contiene due volte la minore, come da 2 a 1, ouero da rad. 8 a rad. 2. Tripla, se la maggiore comprende tre volte la minore, com'è da 3 a 1, ouero da rad. 18 a rad. 2. Quadrupla, se quattro volte il maggiore conterrà il minore, com'è da 4 a 1, ouero da rad. 32 a rad. 2. Finalmente questa specie di proportione multiplice incomposta và variando le specie, conforme al numero de' termini con l'vnità. *3. Specie.*

La multiplice composta superparticolare è, quando la maggiore quantità contiene molte volte la minore; & vna sol parte aliquota, secondo il numero, per il quale la minor quantità entra nella maggiore, rispetto alla qualità della parte; così sarà la proportione distinta in specie dall'altra, che non è tale. *4. Specie.*

La proportione da 5 a 2 si chiama dupla sesquialtera, da 7 a 2 tripla sesquialtera: & da 9 à 2 quadrupla sesquialtera: di maniera, che in questo essempio vedemo le parte aliquote, essere quelle, che fanno la varietà delle volte, nelle qual la maggior contiene la minore; ma se noi vorremo variare le parti, & non le volte, oue la maggiore contenga la minore, le loro produttioni saranno altre specie distinte frà di loro, come sarebbe da 7 a 3, la quale è dupla sesquiterza, & da 9 à 4 dupla sesquiquarta, & da 11 a 5 dupla sesquiquinta, le quali specie andarebbono variando in infinito, secondo la varietà delle parti loro, si come saria il medesimo, se si variassino nelle denominationi li suoi nomi, secondo il numero delle volte, così interuiene nelle multiplici superparticolari.

La multiplice composta superpartiente è, quando la maggior quantità comprende molte volte la minore, & molte parti aliquote d'essa minore, le quali non possono constituire vna parte; & le sue specie sono, come dupla superbipartiente terza, com'è da 8 a 3; tripla superbipartiēte terza, come da 11 a 3. & così se n'assignarebbono molte, che sariano varie nelle volte, & nō nelle parti, & molte delle medesime parti, ma varie di denominatione; cioè, se noi consideriamo il numero da 12 a 5. non varia nè di volte, nè di parti, ma solo di denominatione, & si chiama dupla superbipartiente *5. Specie.*

quinta,& in queſta da 17. a 5 ſi variano le volte, e non le parti, nè ancho la denominatione nelle volte; dunque ſe le dice tripla ſuperbipartiente quinta; anchora potremo variare il numero,& qualità delle parti,non variando le volte : oue il maggior contiene il minore, & haueremo ancho altre ſpecie di proportioni diſtinte fra di loro : perche il numero delle parti aliquote,& le volte,oue la maggior contiene la minore pono creſcere in infinito,& la qualità delle parti può diminuirſi in infinito ; & ſecondo ſarà la varietà, così ter remo altri, & altre ſpecie di proportioni multiplici ſuperpartienti: come ſono ne gl'infraſcritti eſſempij. Dupla ſupertripartiente quarta,com'è da 11 à 4. Tripla ſuperbipartiente quinta, com'è da 17 à 5, le quali nè nelle volte, oue la maggior quantità contiene la minore, nè nel numero delle parti, nè nella qualità di quelle ſon conforme,perche nella prima le volte ſono due,& nella ſeconda 3. nell'vna il numero delle parti è 3., nell'altra è 2, nell'vna le qualità delle denominationi ſon quarti, & nell'altra quinti.

La Proportione della inegualità minore hà ella anchora cinque generi, ò ſpecie nominate con i medeſimi nomi delle ſpecie della proportione dell'inegualità maggiore, eccetto che ſe l'antepone queſta particola, ſub,perche da 2 a 1; è multiplice, e da 1 a 2 è ſubmultiplice. Dunque la prima ſpecie ſarà la non ſubmultiplice ſubſuperparticolare, l'altra non ſubmultiplice ſubſuperpartiente, la terza la ſubmultiplice incompoſta, la quarta la ſubmultiplice compoſta ſubſuperparticolare; la quinta la ſubmultiplice compoſta ſubſuperpartiente.

La prima ſpecie dunque della non ſubmultiplice ſubſuperparticolare è,quando l'antecedente è minore del conſeguente, come da 2 a 3. & queſta ſi chiama ſubſeſquialtera : da 3 a 4 ſubſeſquiterza,da 4 a 5 ſubſeſquiquinta, & così nell'altre ; l'altra ſpecie non ſubmultiplice ſuperpartiéte è ordinata, che il primo termine ſia minore,& l'altro il maggiore,in guiſa che lo comprenda più parti,come da 3 a 5. & ſi chiama ſubſuperbipartiente terza,e da 4 a 7. ſubtripartiente quarta, & da 5 a 9. ſubſuperquadripartiente quinta, & ſeguendo così ordinatamente. La ſubmultiplice incompoſta è da 1 a 2, la quale ſi domanda ſubdupla; da 1 a 3 ſubtripla, &c.

la ſua-

la ſubmultiplice compoſta ſubſuperparticolare è,come da 2 a 5,& ſi chiama ſubdupla ſubſeſquialtera,eſſendo dal minore al maggiore nella minore inegualità;perche il minore è li duo quinti del maggiore, cioè che il 2 è due volte, e mezo minore,che non è il 5, ſe gli dice,come habbiamo detto ſubdupla ſeſquialtera,l'vltima ſubmultiplice compoſta ſubſuperpartiente è, come da 3 à 8, & ſi dimandarà ſubdupla ſuperbipartiente terza, cioè che il minor termine è li $\frac{3}{8}$ del maggiore; Onde ſi vede chiaramente, che queſta proportione di inegualità minore ſi referiſce al cõtrario di quello, che ſi è detto della proportione di inegualità maggiore;adunque quello,che ſin quì habbiamo detto, ſarà à ſofficienza delle diffinitioni della proportione,la quale è generale,& conforme à quella d'Eucl.

Eſſendoſi trattato della ſoſtanza, & eſſenza delle proportioni; accioche habbiamo quella intiera cognitione di loro, che fa il propoſito noſtro, è neceſſario hora dire d'alcuni accidenti, & paſsioni di eſſe, & prima delle Denominationi.

Delle Denominationi delle Proportioni rationali. Cap. IIII.

POiche l'eſſere delle Proportioni è riſpetto,ò relatione, gli Autori antichi dicono vnitamente, che vna proportione è maggior che l'altra, & vguale; Onde per queſto le danno quantità, e la quantità della proportione è la ſua denominatione; la denominatione delle proportioni della inegualità maggiore ſarà il numero: nel quale la quantità maggiore contiene la minore, ò vgualmente, ò con parte, ò parti della minore,conforme à quello,che è di ſopra detto. Eſſempio, la Denominatione della non multiplice ſuperparticolare,cioè della ſeſquialtera, ſarà 1 $\frac{1}{2}$, perche il maggior termine comprende il minore vna volta & meza: la Denominatione della ſeſquiterza ſarà 1 $\frac{1}{3}$, & il medeſimo modo terremo in ſapere gli altri ſuperparticolari. La denominatione della non multiplice ſuperpartiente

ſarà l'vnità con le parti, che eſplichiamo nel nome della medeſima ſuperpartiente: perche la ſuperbipartiente terza haurà per denominatione 1 $\frac{2}{3}$, eſſendo che la maggiore cōtiene la minore vna volta, e due terzi d'eſſa minore. La denominatione della ſupertripartiēte quarta haurà 1 $\frac{3}{4}$. & così rappreſentando l'altre loro Denominationi ſecondo le qualità loro. La Denominatione della multiplice incompoſta ſarà il numero, per il quale il maggior contiene il minore, come della dupla, la denominatione ſarà il 2, & della tripla il 3. & così auuerrà nell'altre multiplici incompoſte.

Delle multiplici compoſte ſuperparticolari ſarāno le denominationi il numero, per il quale la maggior quantità contiene la minore, con la parte d'eſſa minore. Eſſempio, della dupla ſeſquialtera la denominatione ſarà 2 $\frac{1}{2}$, & della tripla ſeſquiterza 3 $\frac{1}{3}$, & con la medeſima regola ſaperemo la Denominatione delle multiplici cōpoſte ſuperpartienti; perche, della dupla ſuperbipartiēte terza, la denominatione ſarà 2 $\frac{2}{3}$, & della tripla ſupertripartiēte quarta 3 $\frac{3}{4}$.

Vogliono parimente gli ſteſsi Autori, che la proportione della inegualità minore ſia differente, & vguale; perciò le danno ancho ad eſſa la quantità, la quale non è altro, che la ſua Denominatione; ma al contrario: perche nella maggiore inegualità ſi diuide il maggior per il minore, & quello, che ne riſulta è la denominatione della proportione d'eſſa inegualità maggiore: ma in queſta ſpecie ſi parte il minore per il maggiore, e quella che viene è la denominatione della inegualità minore. Eſſempio; la non ſubmultiplice ſubſeſquialtera è, come da 2 à 3. partendo dunque 2 per 3, il quotiente è $\frac{2}{3}$, onde la denominatione della ſubſeſquialtera ſarà $\frac{2}{3}$, & ſi deue notare, che in tutte le ſpecie della inegualità minore, il numeratore ſarà l'antecedente, & il denominatore il conſeguente; adunque nella ſpecie della non ſubmultiplice ſubſuperparticolare, la ſubſeſquiterza ſarà $\frac{3}{4}$, & la ſubſeſquiquarta $\frac{4}{5}$ & così nell'altre. Nella ſpecie non ſubmultiplice ſubſuperpartiente, la ſubſuperbipartiente terza è $\frac{3}{5}$, & la ſubſupertripartiente quarta $\frac{4}{7}$ & così ſegue nell'altre. La Denominatione della ſubmultiplice incompoſta è $\frac{1}{2}$, perche la proportione è da 1 à 2, & partendo 1 per 2 l'auenimento ſarà vn $\frac{1}{2}$, della ſubtripla $\frac{1}{3}$, & del-

la

la ſubquadrupla $\frac{1}{4}$. La denominatione della ſubmultiplice ſubſuperparticolare, cioè della ſubdupla ſubſeſquialtera, per le ragioni dette, ſarà $\frac{2}{5}$, & della ſubtripla ſubſeſquiterza $\frac{3}{10}$. Finalmente la denominatione delle ſubmultiplici ſubſuperpartienti, cioè della ſubdupla ſubſuperbipartiente-terza ſarà $\frac{3}{8}$, & la ſubtripla ſubſupertripartiente quarta ſarà $\frac{4}{15}$, & con queſto modo verremo a conoſcere le Denominationi di queſta ſpecie d'inegualità minore, come ancho in quella della inegualità maggiore.

Da queſte regole ragioneuolmente inteſe, che habbiamo vſato di ſopra, ſi potrà cauare, che nelle ſpecie ſuperparticolari, ſe le dà la maſsima, che è la proportione ſeſquialtera; perche la maggior parte, ch'ella poſſa hauere è la metà: ma non ſe le puote aſsignare la minima; perche non poſsiamo porre tanto picciola parte aliquota, che non ne trouiamo vn'altra, la quale non ſia minore; perche il numero và creſcendo in infinito: & quanto il numero è maggiore, tanto la parte aliquota, che dal medeſimo numero piglia il nome, è minore, & nelle multiplici ſegue il contrario; perche ſi dà la minima multiplice, la quale è vna dupla nominata dal minimo numero, che è il 2, però non ſi dà la maſsima; perche non offeriamo numero tanto grande, che non ne preſentiamo vn'altro maggiore. Nell'altre tre ſpecie per la medeſima ragione non ſi dà maſsima, nè ſi da minima, perche paragonando vna ſpecie con l'altra, trouaremo, ſe a noi ſarà preſentato qualunque proportione della inegualità maggiore, darſi vna ſuperparticolare, ò vna ſuperpartiente, la quale ſia minor, che la data.

Nelle ſpecie della inegualità minore rieſce il contrario; perche la minima delle ſubſuperparticolari è la ſubſeſquialtera, & la maſſima nelle ſubmultiplici è la ſubdupla.

In che maniera si conoscano li numeri della proportione per li suoi nomi. Cap. V.

ESsendosi conosciute le denominationi nel passato cap. mediante il nome della proportione, verremo à dichiarare hora li numeri della proportione per li suoi nomi. Essempio, le Denominationi delle superparticolari hanno l'vnità, & vna parte aliquota di essa: Onde se vorremo conoscere li numeri per il suo nome, piglisi quel numero, dal quale la parte aliquota ottiene il nome, che sarà il conseguente; & ad esso giunghisi l'vnità, e così sarà l'antecedente, che saranno li numeri della proportione. Adunque la parte aliquota della denominatione della proportione sesquialtera è $\frac{1}{2}$, & perche la denominatione intiera è 1 $\frac{1}{2}$, il mezo è denominato dal 2, per tanto pigliaremo il 2 per conseguente; & giongendogli l'vnità, farà 3 per l'antecedente, & così sarà da 3 a 2 il numero della proportione sesquialtera: & la medesima ragione si terrà per conoscere il conseguente nella specie superpartiente, ouero li numeri della proportione, al quale conseguente si dà tante vnità, quante saranno le parti aliquote, & si haurà l'antecedente, & poi li numeri.

Essempio nella proportione superbipartiente terza, il conseguente sarà il 3, giungasi 2 con 3 fanno 5, il quale sarà l'antecedente, in tal guisa da 5 a 3 è proportione superbipartiente terza, i quali 5 e 3 sono li numeri d'essa: La specie multiplice incomposta non ci hà luogo, atteso che da se è manifesto, che la medesima denominatione alla vnità, hà la medesima proportione. Nelle due specie multiplici superparticolari, & multiplici superpartienti, si conoscono li numeri delle loro proportioni, pigliando il conseguente, come habbiamo fatto di sopra, e multiplicandolo per il numero, che denomina la multiplice, il quale è parte del suo nome, & al produtto giungansi tante vnità, quante sono le parti, & sarà constituito l'antecedente. Essempio nella propor

tione

tione dupla sesquialtera, pigliamo il 2 per conseguente, il quale multiplicaremo per 2 denominatione della dupla, & sarà 4, al quale giungasi l'vnità, che è vna sol parte, sarà 5, & questo sarà l'antecedente della dupla sesquialtera, & li suoi numeri sono 5 e 2. Volendo conoscere li numeri della tripla supertripartiente quarta, il conseguente sarà il 4, il quale multiplicato per 3 denominatione della tripla, sarà 12: & perche le parti sono 3, giũghinsi al detto 12, saranno 15, il quale sarà l'antecedente della proportion tripla supertripartiente quarta, li numeri dunque saranno 15. e 4.

Quanto alla Proportione della inegualità minore, come si conoscono li numeri d'essa, sendo conosciuto il nome della proportione della inegualità minore, resta conosciuto il nome della maggiore inegualità sua corrispondente. Talmente che, se si cercarà li numeri della inegualità maggiore, essi medesimi saranno li numeri della inegualità minore; facendosi dell'antecedente conseguente, ò del conseguente antecedente; & perche li numeri così trouati sono li minimi della sua proportione, si potranno con questo ordine duplicare, triplicare, quadruplicare qual si voglia numero, con l'aggiungere la parte, ò parti secondo la specie della proportione, che si propone così si conosceranno li numeri di tale proportione.

Essendo proposte due quantità nelli numeri, come in quelli si conosca la proportione. Cap. VI.

PRoponghinsi due quantità nelli numeri, delli quali si voglia conoscere la proportione, che sia infra esi. Prima si parta il maggior termine per il minore, ò il minore per il maggiore; & l'auenimento sarà la denominatione della proportione dal maggiore, & sapendo la denominatione, è facil cosa da conoscere la proportione per il passato

capitolo,& se la proportione sarà dal minore al maggiore, antepongasi questa particella sub. Adunque per questa regola è chiaro, se ci saranno proposti duo numeri vguali, sempre la sua denominatione sarà l'vnità; perche, partendo l'vn per l'altro, ne viene essa vnità; Onde le tre specie specialissime, cioè d'vgualità, d'inegualità maggiore, & d'inegualità minore sono differenti di denominatione; perche circa all'vgualità non occorre altra inuestigatione, per essere, come hauemo detto, l'vnità la sua denominatione, & solamente porremo l'essempio di quello, che habbiamo proposto in questi duo numeri 27. & 8; ne i quali vogliamo cercare come sia la loro proportione, il quale essempio pare, che sia sufficiente, per le cinque specie si della maggiore, come della minore inegualità; adunque partiremo 27. per 8. sarà l'auenimento $3\frac{3}{8}$, il quale è la sua denominatione, dalla quale si caua, che il maggiore contiene il minore tre volte, & più $\frac{3}{8}$ del minore, & chiamarassi questa proportione tripla supertripartiente ottaua, & dal minore al maggiore subtripla supertripartiente ottaua, & in questa maniera, offertoci duo numeri di qual si voglia sorte, conosceremo la loro proportione: Et sarà questo con gli altri essempij di sopra, molto vtile alli Musici Theorici per conoscere gli interualli Musicali, se siano di consonanze perfette, od imperfette, ò supportabili, ò insupportabili all'udito. Oltra che potremo ancho paragonare le tre specie specialissime insieme, cioè l'ugualità, la maggiore inegualità, & la minore. Hauendo noi veduto, che la denominatione della maggiore inegualità è maggiore, che l'vnità, & quella della minore è minor che l'vnità, & che quella della vgualita è l'vnità, ne segue, che maggior proportione è qual si voglia proportione della maggiore inegualità, che alcuna proportione d'vgualità, & la proportione d'vgualità è maggiore, che la proportione della minore inegualità; & ciò si proua per la ottaua propositione del 5 lib. d'Eucl. in tutti i generi di proportioni, ò siano rationali, ò irrationali. Ma perche le irrationali non possono essere denominate da numeri in alcun modo, per questa causa non se li dà denominatione rationale; Onde lasciando di più ragionar di quella per l'allegata propositione del 5. d'Euclide, mostraremo, che le

due quantità 3, e 2; ò 3, e 4, la proportione da 3 à 2 essere maggiore che quella da 13 à 4, perche da 3 à 2 la proportione è della maggiore inegualità, e da 3 à 4 è della minore inegualità; adunque, se l'inegualità maggiore hà per denominatione più che l'vnità, & la minore meno, che l'vnità; senza dubbio, la proportione da 3 à 2 della maggior inegualità, sarà maggior di quella da 3 a 4, della minore inegualità: adunque se paragonaremo queste due quantità 3, e 2 ad vna terza 2. è chiaro, che maggiore sarà la proportione da 3 a 2, che da 2 a 2: perche da 3 a 2, è proportione de maggiore inegualità, & da 2 a 2 proportione d'vgualità; se paragonamo ancho queste due 2 e 3 ad vna terza 3 maggior proportione, sarà da 3 a 3, che è d'vgualità, che da 2 a 3, che è della minore inegualità. Ma dato, che sia così, che qual si voglia proportione della maggiore ingualità habbia maggior de nominatione di qualunque proportione de gli altri due generi; Nondimeno, alcuna proportione non può hauer proportione frà le proportioni de diuersi generi; perche la proportione dell'vgualità, ò della minore inegualità, per più che si multiplichi, non può eccedere la proportione della maggiore inegualità; nè meno può far proportione di tanta denominatione; Nè la proportione della minore inegualità, per più che si multiplichi, può eccedere la denominatione della proportione dell'vgualità, nè aggiungere alla sua quantità, sì come si dice dell'angolo della contingenza; il quale, per più che si multiplica non può aggiungere ad alcuno angolo ret tilineo; non già perche egli non sia quantità; ma perche è differen te in genere. Adunque se, la denominatione delli tre diuersi generi, è quantità nel modo, che habbiamo detto, non sarà proportione frà loro; cioè la proportione dell'vgualità non haurà propor tione con l'inegualità maggiore, nè ancho con la minore, nè la proportione dell'inegualità maggiore haurà proportion con l'vgua lità minore: si è ancho detto, che tutte le proportioni d'vgualità so no frà loro vguali, rispetto alla sua denominatione; perche hanno sempre l'vnità; nè si possono diuidere in altri generi: Ma nella proportione della maggiore inegualità; perche hà molto specie differenti; & l'vna hà maggior proportione, che l'altra, & può anchora

16. Propo. del 3. d'Euc.

l'vna per la multiplicatione eccedere all'altra; per questa causa dunque le proportioni della maggiore inegualità, l'vna potrà hauer proportione con l'altra; ma non haueranno frà se quella proportione, che frà loro hanno le sue denominationi. Perche la tripla habbia 3 per denominatione, e la sestupla, la quale è da 6 à 1 habbia 6 per denominatione, non per questo la sestupla haurà proportione dupla alla tripla; & perche questa cagione non si può bene intendere prima che tratti della compositione delle proportioni. Ma perche non passiamo cosa, la quale pretenda à tal cognitione, diremo prima, che cosa sia Anologia, ouero similitudine di due proportioni, la quale cauamo della 4. diffinitione del quinto lib. d'Euclide.

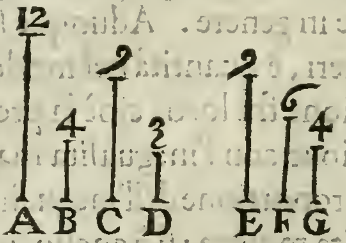
Quello, che sia proportionalità, & disproportionalità.

Cap. VII.

4. Diffin. del 5. d'Eucl.

LA Proportionalità è vna similitudine di due ò più proportioni.

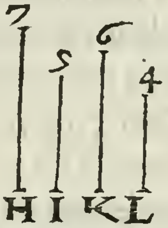
Come saria per essempio, che la proportione della quantità A, alla quantità B, fosse simile alla proportione della quantità C, alla quantità D, tali due Proportioni vengono nominate proportionalità, ouero similitudini di due proportioni; perche tutte le proportioni d'vna medesima denominatione sono tutte vguali.



3. Cap. di questo.

Adunque se la proportione dalla A, alla B, sarà come dalla C, alla D, la proportione dalla A, alla C, sarà come dalla B, alla D; per l'XI. Prop. del 5. libro d'Euclide: di maniera che, si vedrà in questo ordine di proportioni, che alla Proportionalità vi concorrono

quattro termini; percioche essendo di quantità de' termini differenti, ma nõ di denominatione, gli vien detto proportionalità interposta: Ma se due proportioni saranno continue di similitudine, comprenderanno solamente tre termini, come saria, che la proportione della E alla F fosse come dalla F alla G, si domandarà proportionalità continua cõstituta in tre termini; perche il termine di mezo F è preso due volte; vna per conseguente, & l'altra per antecedente. Ragioneuolmente dunque fù giudicata dalli Mathematici, che la proportionalità non poteua comprendere meno, che tre termini; ma quando i termini saranno interposti da proportioni non simili, allhora si dimandarà disproportionalità; come saria dalla H alla I, ò dalla K alla L, con che si porrà fine al presente capitolo. Nondimeno, perche siamo per dire nelli seguenti Capi della compositione delle proportioni, non ci par inconueniente, anzi necessario di dimostrare, come si conoscano (sendoci proposte due proportioni) qual sia quella proportione, che delle due sia composta: materia di qualche consideratione, si per Mathematici, Filosofi, Medici, Ingegneri, Architetti, & altri; auertendo, che si come conosceremo vna proportione di quante proportioni ella sia composta, con l'atto del sommare le proportioni, così anchora conosceremo di quante ella si discompone, cõ il modo, che si dice sottrarre di proportioni.



Essendo proposto à noi due proportioni, come si conosca la proportione, che di quelle sarà composta. Cap. VIII.

IL modo di comporre delle proportioni è molto facile, perche multiplicando gli antecedenti l'vno per l'altro, si farà l'antecedente della composta, & multiplicando li conseguenti similmente l'vno per l'altro, si farà il conseguente della medesima. Essempio; siano à noi pro-

poste queste due proportioni, da 3 a 2, & da 5, a 4, & vogliamo sapere quale è quella proportione, che di quelle giustamente sarà composta; multiplicaremo 3 per 5 farà 15, che sarà l'antecedente, e 2 per 4 farà 8 per il conseguente, di maniera, che noi potremo dire, che la proportione da 15 a 8 è quella, che è composta giustamente delle due proportioni da 3 a 2, & da 5 a 4, & li minimi numeri della proportione saranno li medesimi 15, e 8: & acciochè questo si conosca chiaro, vsaremo l'atto del sottrarre delle proportioni; il qual'atto è tale, che cauandone vna, di necessità l'altra rimane; adunque cauandosi da 15 a 8 la proportione dà 5 a 4; cioè multiplicando l'antecedente dell'vna per il conseguente dell'altra, la proportione delli prodotti sarà vguale alla rimanente della proportione. Essempio; se si multiplica 15 per 4 fa 60, & 8 per 5 fa 40: onde si vede che la proportione da 60 a 40 è vguale a quella da 3 a 2; perche aggiungendo quella da 5 a 4, ritorna la medesima da 15 a 8; si che l'vn modo riferisce all'aggiungere, & l'altro al scemare delle proportioni. Vn'altro essempio; se vna proportione sarà rationale, & l'altra irrationale, la composta similmente sarà irrationale (per Euclide nel 10.) come saria, che l'vna fosse da 4 a 3, & l'altra da rad. 18 a 4, volendo sapere di quelle due la sua composta, multiplichisi 4 per rad. 18 fa rad. 288, e 3 per 4 fa 12. La proportione adunque da rad. 288 a 12 è irrationale, & è composta delle due dette proportioni, che ridotte nelli termini radicali saranno, come da rad. 2 a 1, & se si vorrà conoscere questo, scemandone qual ci pare, restarà l'altra: trahendosi dunque da rad. 2 a 1, la rad. 18 a 4, multiplicaremo rad. 2 per 4, fa rad. 32, & 1 per rad. 18 farà rad. 18; di modo che la proportione da rad. 32 a rad. 18 sarà vguale alla proportione da 4 a 3, che deue restare, & questo in duo modi di pratica si può prouare; l'vno sarà, che li prodotti della multiplicatione fatti in croce, come di sopra, siano vguali: cioè multiplicando rad. 32 per 3, il prodotto sarà rad. 288, & rad. 18 per 4, farà parimente rad. 288: di maniera, che, sendo risultata la proportione dell'vgualità, è segno espresso, che la proportione da rad. 32 à rad. 18 è vguale à quella da 4 à 3. l'altro modo è di ridur li termini a minimo numero, che ne risulterà la pro-

portione,

portione che ſi cerca da 4 a 3; perche, come hauemo detto nel Cap. 2. di queſto, la proportione da rad. 32 a rad. 18, e rationale, anchor che i termini ſiano irrationali; nondimeno la proportion loro è come da numero quadrato, a numero quadrato: ouero, come da numero à numero; dunque ritrouandoſi li minimi numeri di eſſe l'vno ſarà rad. 16, & l'altro rad. 9. le cui rad. hauranno la proportione, come da 4 a 3. Ma perche la dimoſtratione è meglio d'ogni altra proua, & più vniuerſale la dimoſtraremo così.

Siano propoſte à noi queſte due proportioni dell'A alla B; & l'altra, come dal C, alla D: multiplichiſi A in C, & ne venga E, & B in D ne venga F. Dico, la proportione dalla E, alla F, eſſere cõpoſta delle due proportioni; l'vna dalſ'A alla B, & l'altra dalla C alla D. Percioche, multiplicandoſi B per C il prodotto ſia G, poi A per C, il produtto ſia E, ſarà adunque dalla E, alla G, come dalla A alla B, e perche C per B fa G, & D per B fa F, ſarà dunque dalla G, alla F, come dalla C alla D, per la propoſitione 15 del 5 lib. d'Euclide. Poi che la proportione dalla E alla G, e come quella dalla A alla B; & quella dalla G, alla F, come dalla C alla D, la proportion dalla E alla F, è compoſta della proportione della E alla G, & di quella dalla G alla F. Onde ſeguita, che la proportione della E alla F, è compoſta delle due proportioni; l'vna, come dalla A alla B, & l'altra, come dalla C alla D, il che ſi doueua dimoſtrare.

A	E	F	B
3	15	8	2
C	G		D
5	10		4

Si potrebbono congiungere inſieme più proportioni, & conoſcere la reſultante; ma perche nella opera noſtra non vi concorrono tali operationi; ci baſtarà hauere accennato quello, che ſia ſommare; & ſottrarre delle proportioni.

Seguirebbe dietro à queſto atto il continuare, ouero multiplicare due, ò più proportioni, & il modo di diuidere vna in più parti vgali; ma ciò conuiene più toſto à quelli della Muſica artificiata ò Proſpettiui, à i quali diciò laſciaremo la cura. Et nel ſeguente capo moſtraremo ſolamente come ſi poſſa diuidere vna proportione in due parti vguali, il che ſi vedrà eſſere molto conueniente nella pratica del diuidere li Alluuioni. *2. Propoſit. dell'8. lib. d'Eucl.*

Come ſi diuida vna proportione in due parti vguali. Cap. IX.

IL diuidere vna proportione in due parti vguali non è difficile; perche baſtarà multiplicare l'antecedente per il conſeguente, & del produtto ſe ne pigli la radice quadra, che ſarà la parte ricercata.

Eſſempio; propongaſi vna quadrupla; che ſi cerchi diuidere in due parti vguali, la quale ſia, come da 16 à 4 multiplichiſi 16 per 4 farà 64, & la radice quadra di eſſe, la quale è 8. ſarà il numero, che poſto nel mezo frà 16, e 4, farà quel che ſi cerca; cioè diuiderà la proportione da 16 a 4 in due parti vguali, ed il fondamento di queſta regola è tratto dalla prima propoſitione del 5 Capo; nel quale ſi dimoſtra, che la multiplicatione del primo nel terzo è vguale alla multiplicatione fatta del ſecondo in ſe medeſimo. Tale proportione adunque è dal primo al ſecondo, quale è dal ſecondo al terzo, per la 20 propoſitione del 7. d'Eucl. onde la quadrupla da 16 a 4 è diuiſa in due duple dal numero 8. termine di mezo, come faceua dibiſogno. *4. Tratt.*

Della compoſitione delle Proportioni, & della Proportione di quelle. Cap. X.

IN vn'altro modo anchora ſe intende da i Mathematici la compoſitione delle Proportioni, ſi come narra il Campano nella traduttioni d'Eucl. nella 19. Diffinitione del 7. lib. il quale dice; ſe ſaranno continuate più proportioni, quella che ſarà del primo all'vltimo termine ſarà cópoſta di quelle, che ſono nel mezo: il che ſeruirà per intelligenza della detta cópoſitione. Per tanto noi diremo; ſe ci ſarãno preſentate due quantitadi del medeſimo genere, & frà quelle ſi ponga vn'altra quantità dell'iſteſſa ſorte, ſi dirà, che la proportione della prima

delle due quantitadi è compoſta di quella, che è da eſſa prima alla interpoſta, & dalla interpoſta alla ſeconda; come ſaria per eſſempio, che poneſsimo per le due quantitadi 6, & l'vnità, & che infrà queſti poneſsimo il numero 3 direſsimo, che la proportione da 6 à 1 è compoſta di quella, ch'è da 6 a 3, la quale è dupla, e di quella da 3 a 1 che è vna tripla. Adunque la ſeſtupla è compoſta d'vna dupla, e d'vna tripla giuſtamente, & con la medeſima regola diremo anchora la proportione da 1 a 6, la quale ſi chiama ſubſeſtupla, eſſere compoſta d'vna ſubtripla, & d'vna ſubdupla, & perche la denominatione da 1 a 3 è $\frac{1}{3}$, & la denominatione da 1 a 2 è $\frac{1}{2}$, & il denominatore della ſubſeſtupla è $\frac{1}{6}$: Onde appare per queſto eſſempio le parti della proportione eſſere maggiori, che la medeſima proportione compoſta; perche maggiore è $\frac{1}{}$ che vn $\frac{1}{2}$, & queſto ſi conclude chiaramente per la 8. propoſitione del 5. d'Euclide: perche ſe paragonamo vna quantità à due; eſſa quantità hà maggior proportione alla minore, che alla maggior di quelle; paragonando adunque 1 a 3, & a 6; maggiore proportione haurà 1 à 3, che à 6; perche è ſtato poſto in queſto eſſempio frà 6, & 1 il numero 3, il quale è maggior, che il minore: Hora ſi ponga il numero 12 fra 8, e 1, il quale è maggiore, che li duo; per l'iſteſſa ragione diremo, che la proportione da 8 à 1 è compoſta dalla proportione da 8 à 12, & di quella, che è da 12 à 1, la quale è maggiore, come ſi conoſce per li ſuoi denominatori, & ſi proua per detta ottaua propoſitione, & ſe porremo in fra 8, e 4 il numero 3, diremo, che la proportione da 8 a 4 è compoſta da 8 a 3, & da 3 a 4, la quale è minore, che da 8 a 3. Onde nelle proportioni la parte è maggiore, che il tutto. Il che pare inconueniente, perciò alcuno non ſi marauigli, che queſto naſca nelle proportioni, perche è coſa imaginaria, che ſi pone fra eſſe. Oltra che, come è ſtato detto nel primo Cap. la proportione è vn riſpetto, ò comparatione, che ſi ritroua frà le quantità; ma non è quantità; perche non è diſcreta, come il numero, nè meno hà eſtenſione: perche non hà longhezza, come la linea, nè è ſuperficie, perche non hà larghezza, non è corpo, perche non ha groſſezza. Adunque conuiene eſſere riſpetto, ò comparatione. Hora ſe la quantità interpoſta ſia maggiore,

che la minore; ò minore, che la maggiore, ò maggiore, che ambedue, sempre la proportione de gli estremi, sarà composta da gl'intermedij: Nondimeno potremo anchora fare vn'altra consideratione conforme alla diffinitione del quinto libro d'Euclide.

Quando trè quantità saranno proportionali, che dalla prima alla seconda sia come dalla seconda alla terza. In tal caso la proportione della prima alla terza sarà dupla della proportione della prima alla seconda. Essempio; sia da 9 à 3, come da 3 à 1; sarà dunque da 9 à 1 proportione in duplo maggiore, che quella dalla prima alla seconda; perche hauemo detto, che la nonupla hà per denominatione il 9, & la tripla hà per denominatore il 3; adunque è maggiore il denominatore della nonupla, che quello della tripla, essendo la proportione della maggiore inegualità; perche tal proportione, è da 9 a 3, come da 3 a 1: ma se la proportione sarà dalla minore inegualità, com'è da 1 a 3, & da 3 a 9. sarà la proportione in duplo minore, che quella da 1 a 3, ouero da 3 a 9. Di maniera, che la proportione della prima quantità alla terza sempre, è doppia di quella, che hà la prima alla seconda; perche, quando è della maggiore inegualità, la proportione và crescendo, & ne risulta la proportione della prima alla terza in doppio maggiore di quello, che hà la prima quantità alla seconda: & quando la proportione è della minore inegualità, perche và discrescendo, ne risulta la proportione della prima quantità alla terza in doppio minore di quello, che hà la prima alla seconda: E la proportione da 4 a 1 è il doppio maggiore, che quella da 4 a 2, ouero da 2 a 1, e quella da 1 a 4, è il doppio minore, che quella da 1 a 2, ouero da 2 a 4; perche quanto la quadrupla è maggiore, che la dupla; tanto la subquadrupla è minore, che la subdupla, & quanto la nonupla è maggiore, che la tripla, tanto la subnonupla è mi nore, che non è la subtripla. Vn'altra espositione anchora si potria fare, circa le proportioni continouate simili conforme alla detta 10 Diffinitione del 5. d'Euclide, dicendo egli, che la proportione della prima quantità alla terza è il doppio più della proportione, che hà la medesima prima alla seconda; non vuol però dire Euclide, che ella sia in doppio maggiore; nè che ella sia

in doppio minore: ma che la proportione della prima alla terza contiene in ſe due volte la proportione, che hà la prima quantità alla ſeconda; percioche la proportione, che hà la prima alla ſeconda, eſſendo come dalla ſeconda alla terza, la proportione dunque che hà la prima alla terza ſarà compoſta delle dette proportioni vguali, & per tale vgualità la chiama Euclide duplicata, cioè il doppio di ciaſcuna di quelle; non perche ella ſia in doppio maggiore, nè in doppio minore; ma perche viene ad eſſere vna comparatione, che ſi fà da proportione à proportione, & non da quantità à quantità. Però ſe ſaranno ancho quattro quantitadi continuate ſimilmente in vna medeſima proportione; cioè, che dalla prima alla ſeconda ſia come dalla ſeconda alla terza, & come dalla terza alla quarta, ſarà la proportione dalla prima alla quarta tripla della proportione, che hà la prima alla ſeconda; perche ella contiene in ſe tre volte, ſendo frà loro vguali. Onde la proportione della prima alla quarta è compoſta delle tre proportioni vguali; & per queſta cauſa Euclide la chiama triplicata, come propria ſua voce nella detta XI. diffinitione, & in molti altri theoremi da lui dimoſtrati, come ſono la 19. propoſitione, e la XX. del ſeſto libro: & la XI. XII.& XVIII. dell'VIII. lib. & la 33. del XI. & la 18 del XII; ne vuole inferire, che la proportione ſia maggiore, nè minore, ma che ſia comparatione di proportioni; in queſta guiſa, ſe ſaranno due linee rette, delle quali l'vna à l'altra habbia proportione doppia, il quadrato di quella, che hà doppia proportione al quadrato dell'altra haurà proportione quadrupla; percioche quelle quantitadi, ouero grandezze, che ſono nella longhezza de i lati doppi di proportione, la loro potenza, ouero ſpatio è quadruplo. Ma ſe ſaranno tripli, l'vn ſpatio all'altro ſarà nonuplo, & ſe quadrupli, la ſuperficie ſarà ſedecupla; così andarebbe creſcendo la multiplicità loro. Se per caſo la proportione della longhezza de i lati foſſe ſuperparticolare; cioè, che l'vna foſſe di longhezza 6. piedi, & l'altra 4. la proportione delle loro potenze ſaranno multiplici ſuperparticolari, come dupla ſeſquiquarta, & ſe la longhezza foſſe, come da 5 à 4. la proportione delle loro grandezze ſariano vna ſuperpartiente. Di modo che repilogando quello, che di ſopra

è ſtato

è ſtato detto nelle ſuperparticolari; la proportione delle loro potéze la maggiore è la dupla ſeſquiquarta,& nelle multiplici la minima è la proportione duplicata: adunque de i quadrati, ò delle figure ſimili, ò ſimilmente deſcritte, la proportione de i lati è duplicata; cioè compoſta di due proportioni ſimili,& chiamaſi proportione di proportioni: la quale è compreſa ſotto la quantità. Ma quando ſi dirà la proportione triplicata, ſi fà la comparatione da proportione à proportione; ma ne i corpi ſolidi, perche ſe l'vn'lato del corpo regolare foſſe longo duo piedi, & l'altro vn piede, la potenza corporea di duo piedi ſarà ottupla à quella d'vn piede; cioè otto volte maggiore, & la proportione ſarà compoſta di tre duple,come 8.4.2.& 1; cioè da 8 à 1 è compoſta de gli intermedij da 8 à 4, & da 4 a 2, & da 2 a 1. & ſe vn lato ſarà triplo a vn'altro, la potenza corporea ſarà vintiſettupla. Onde ne ſegue che la proportione della prima all'ultima di tutti i termini è compoſta di quelle, che ſtanno nel mezo, & non ſolo da Euclide viene dimoſtrato queſto ne i luoghi di ſopra citati, ma ancho da Eutocio Aſcalonita nel libro 2. della sfera,e Colindri d'Archimede alla propoſitione 4.Et nel libro primo d'Apollonio Pregeo alla x i propoſitione de gli elementi Conici. Et Menelao nella Geometria della sfera al 3. libro al 4. lema nel 3. lib. & Viteleone nel 1. libro della proſpettiua alla xiii. propoſitione, & Tolomeo nel 1. libro dell' Almageſto al cap. 12. della figura del ſettore delle linee refleſſe.

Compoſitione de i termini delle proportioni. Cap. XI.

NEL paſſato cap. ſi è trattato della compoſitione delle proportioni, & delle loro proportioni per dimoſtrare la prima, & la ſeconda propoſitione del 4. trattato. Hora ſiamo per dire della compoſitione de' termini delle proportioni, accioche poſsiamo diuidere vna quantità ſecondo vna, ò più proportioni: la quale quantità nel propoſito noſtro non ſarà altro, che il terreno dell' Alluuione.

Compo-

Compoſitione de' termini delle proportioni è quando ſi vniſce l'antecedente, & il conſeguente, & la ſomma, che ne riſulta, ſi paragona all'antecedente, ò al conſeguente, come nella proportione da 5 a 2, ſe ſi congiunge il 5 & il 2, la ſomma, che ne riſulta è il 7, la quale ſi può paragonare ò al 5, ò al 2: ſe al 5, è paragonata al maggiore: ſe al 2, è paragonata al minor termine, & allhora tra la ſomma, che ne riſulta, e qualunque de i duo termini naſce noua proportione diuerſa dalla prima. Si diuerſificano queſte compoſitioni ſecondo le diuerſità delle cinque ſpecie di proportioni della maggior inegualità, ò della minore: ma baſterà ſcorrere per le proportioni della inegualità maggiore; perche la ſomma, che riſulta dalla compoſitione de i duo termini antecedente, & conſeguente, diuenta ſempre proportione della maggiore inegualità: poiche la ſomma hà da eſſere il termine antecedente.

Adunque ſe paragoniamo la ſomma della prima ſpecie ſuperparticolare dell'antecedente, e conſeguente, al conſeguente, la proportione ſarà multiplice ſuperparticolare, & la denominatione ſarà denominata da eſſo conſeguente; & ſe all'antecedente la proportione ſarà ſuperpartiente, & il denominatore, & il numeratore ſaranno li termini della proportione propoſta.

E ſe la ſomma della ſeconda ſpecie ſuperpartiente ſi paragonerà al maggior termine, la proportone ſarà ſuperpartiente, & le parti aliquote ſaranno il termine minore, & il denominatore il maggiore; & ſe il minore, la proportione ſarà multiplice ſuperpartiente, & le parti aliquote ſaranno la differenza, che ſi ritroua dal conſeguente all'antecedente, & la denominatione ſarà eſſo conſeguente.

Terza ſpecie, ſe, della ſomma della multiplice incompoſta, la comparatione ſi farà al minor termine, la proportione ſarà multiplice: della quale l'antecedente compoſto eccederà il ſimplice per l'vnità, & la denominatione ſarà la medeſima ſomma; & ſe la comparatione ſi farà al maggiore, la proportione ſarà ſuperparticolare, e la denominatione ſarà il maggior termine ſemplice.

Quarta ſpecie, ſe, della ſomma dalla proportione compoſta multiplice ſuperparticolare, ſi farà la comparatione al termine maggiore, la proportione ſarà multiplice ſuperpartiente, & le parti aliquo

te ſaranno il minor termine, & il denominatore il maggiore; & ſe la comparatione ſi farà al minore, la proportione ſarà multiplice ſuperparticolare: la quale ſarà la denominatione eſſo termine minore.

Quinta ſpecie, ſe la ſomma della proportion compoſta multiplice ſuperpartiente ſi paragonerà al minor termine, la proportione ſarà multiplice ſuperpartiente, & il numeratore ſaranno le parti aliquote, & il denominatore eſſo minor termine; & ſe ſi paragonerà al maggiore, la proportione ſarà ſuperpartiente, & il numeratore, & denominatore ſaranno gli medeſimi termini. Di qui ſarà manifeſto, che façendo la comparatione della ſomma de' termini all'antecedente d'ogni ſpecie di proportioni, ſempre il numeratore, & denominatore della proportione ſaranno gli termini propoſti della proportione della maggiore inegualità. Molte altre coſe ſarebbono da dire circa le proportioni ſi a loro contingenti, come accidentali; ma perche ci pare, ſecondo l'occorrenza, hauerne detto a baſtanza, non ci dilataremo più intorno ad eſſe, adducẽdo ſolo al preſẽte alcune poche operationi, che nella pratica delle diuiſioni dell'Alluuioni ſono neceſſarie, delle quali ce ne ſeruiremo.

Per il noto nelle proportioni poſsiamo conoſcere l'ignoto. Cap. XII.

IL trouare l'ignoto per il noto nelle proportioni altro non è, che dato tre quantità note, trouar la quarta proportionale, detta da molti meritamente Regola aurea: la quale è di molta vtilità nella pratica del diuidere l'Alluuioni, & è aſſai poſta in vſo dalli Mathematici. Onde noi porremo per eſſempio, che hauendo la proportione nota infrà due quantità, la quale ſia come da 4 a 3, & anchora vn altra quantità nota, come 12, & vogliamo, eſſendoſi propoſta, trouare vn'altra quantità, la quale ci ſia ignota, che ſtia in pro-

portione al 12, come ſtà 4 al 3. Nel quarto trattato ſi moſtra, come ſi conſeguiſca queſto problema per dottrina d'Euclide nelle linee, & per il medeſimo applicaremo à queſto noſtro caſo la 19. propoſitione del nono libro, la qual dice: Dato tre numeri, cõſide rare ſe ſi poſſa trouare il quarto proportionale, che ſarà il medeſimo di quello, che noi cerchiamo; eſſendo che la conſideratione è concluſà di poterlo ritrouare; perche multiplicando 3 in 12, farà 36, il quale partiremo per 4, ne verrà 9, che è la quantità ricercata; percioche dico, che 4 miſura 36, per l'vnità, che ſono nel 9; adunque 4 multiplicato per 9, farà 36: Ma anchora il 3 multiplicato con il 12 farà 36; pertanto il numero fatto da 4, e da 9 è vguale a quello fatto da 3, e da 12, per la 19 del ſettimo; perche ſe quattro quantità ſaranno proportionali, il produtto, della multiplicatione della prima nella quarta, ſarà vguale al produtto della multiplicatione della ſeconda nella terza: Adunque, ſendo 4 prima, 3 ſeconda, & 12 terza, & 9 quarta, tale proportione ſarà dal la prima alla ſeconda, come dalla terza alla quarta: Onde per il noto habbiamo conoſciuto l'ignoto nelle proportioni, il quale è il numero 9, che ſtà nella proportione con 12, come fà il 3 con il 4; cioè, in ſeſquiterza.

Del diuidere vna quantità nota, ſecon do vna data, ò più proportioni note. Cap. XIII.

IL diuidere vna quantità nota ſecondo vna, ò più proportioni note, ſi potrebbe fare, che la quantità ſia rationale, e le proportioni irrationali; ouero la quantità irrationale, e le proportioni rationali; ouero la quantità, & le proportioni inſieme irrationali; ouero la quantità e le proportioni rationali inſieme; Nondimeno, ſendo l'intento noſtro di non porre coſa difficultoſa, habbiamo pro poſto, che noi operiamo non ſolo, con le quantità rationali; ma

insieme ancho con le proportioni; accioche tal cosa conosca anchora ogni meno che mediocremẽte erudito nelle Mathematiche. Per questo adunque porremo solamente duo essempi, l'vno sarà, che la diuisione d'vna quantità si faccia secondo vna data, proportione & l'altro secondo più proportioni date.

Primo essempio; sia la data proportione, come da 2 a 1, e la quantità sia 12; la quale vogliamo diuidere in due parti, che l'vna all'altra osserui detta proportione; per l'vndecimo Capo di questo, congiunghinsi i termini della data proportione insieme, che sono 3, & sarà l'antecedente della noua proportione. Per il conseguente pigliaremo qual si voglia termine, come il 2, & diremo, per la regola del passato capitolo; se 3 composito, composto della proportione vien da 2, da cui verrà 12? operando conforme, si trouarà per il quarto termine, che ne verrà, 8 il quale sarà per vna parte, che detratto del tutto, rimarrà 4, la qual proportione sarà da 8 a 4, come da 2 a 1, come si propone, & è dimostrato da Euclide nella 17.&18 propositione del 5 libro; se quattro quantità saranno composte proportionali, diuise anchor saranno proportionali, cioè, se dalla prima alla seconda sarà così, come dalla terza alla quarta, la proportione dalla prima, & la seconda vnite insieme, ad essa seconda sarà come dalla terza, & quarta insieme giũte, ad essa quarta; ouero, se dalla prima, & dala seconda insieme vnite ad essa prima sarà come dalla terza, & quarta insieme giunta ad essa terza, à tale proportione se le dice composta, & se le quattro quantità saranno così composte proportionali, la proportione sarà dalla prima alla seconda, come dalla terza alla quarta; & questa si chiamarà diuisa.

Secondo essempio; sia la quantità data 252, & le proportioni date, come da 9 a 8, & da 8 a 4; ma perche l'8 è preso due volte, le porremo in ordine in questo modo 9,8,è 4, & vogliamo, che 252 sia diuisa in tre parti, tal ch'osseruino le dette due proportioni; pongasi insieme il 9, l'8, e il 4 faranno 21, & questa sia sempre antecedente nelle proportioni, che vogliamo inuestigare, & per il conseguente sempre sia vn de'tre termini delle due proportioni; e la quantità 252 per l'antecedente della seconda propor

L'vndecimo capo.

tione

tione a ciascuna delle parti, che cerchiamo, facilmente s'haurà l'intento in questo modo. Se il cōposito de 21 vien da 4, da cui verrà 252, multiplicando il 252 per 4, il produtto sarà 1008, & questo partiscasi per 21, l'auenimento sarà 48 : onde tal proportione haurà 252 a 48, quale hà 21 a 4, per quello, che si è dimostrato nel passato Capitolo: così 48 sarà vna delle parte di 252, che cerchiamo per il termine, del 4, & cō tal ordine seguendo per l'8, & per il 9, si ritrouarà 96, & 108, che giūte in somma 48, 96, 108, fanno giustamente 252, e tale proportione haurà 108 a 96, quale hà 9 all'8, & 96 a 48, quale hà 8 a 4, & questo è dimostrato nella XXII propositione del quinto d'Euclide, il quale dice; se si pigliano quante grandezze, come si voglino, & altrettante di numero vguali, come A B C, & D E F, prese a due a due, la medesima proportione sarà dalla A alla B, come dalla D alla E, & dalla B alla C, come dalla E alla F, Poiche la proportione della D alla E è si come dalla A alla B, & dalla E alla F, come dalla B alla C, seguitarà, che la proportione della D alla F, sarà si come dalla A alla C. Adunque per l'vguale proportione li tre termini 108, 96, 48 saranno simili di proportione alli tre termini 9, 8, 4 delle due proportioni proposte. Onde 252 è diuiso nelle tre parti, come bisognaua. Si hà da sapere, che con tal ordine si potria diuidere ogni proposta quantità in quanti termini, ouer parti si voglia, i quali osseruino l'ordine d'altretante proportioni, & sarà questo modo molto vtile nella pratica della diuisione delle alluuioni, perche seruirà in loco d'alcune operationi Geometriche, come saria diuidere vna linea retta secondo vna data, ò più proportione, ò diuidere anhco il parallelogrammo, & similmente il triangolo, ò il terreno dell' alluuione frà molti interessati, secondo la proportione delle lor fronti.

A	B	C
9	8	4
D	E	F
108	96	48

Il fine del terzo Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO IIII.

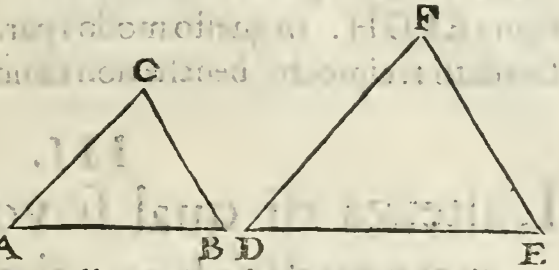
SI come fù promesso da noi di volere, dopò il ragionamento delle proportioni, parlare della diuisione delle linee, e delle superficie proportionate, hora verremo à trattarne, con questa intentione però, che la diuisione delle linee debba seruire à quella delle superficie, essendo quella delle superficie il nostro principale intento. Porremo dunque in prima alcune Diffinitioni, & Dimande; dopò alcune Propositioni, che saranno al proposito nostro, con quel modo di procedere, che habbiamo tenuto nel secondo Trattato, anchorche iui fossero posti principij più vniuersali, ma quà saranno più proprij, sendo applicati alla proportione, che ci conduce al fine da noi desiderato: Però porremo trè Diffinitioni.

DIFFINITION PRIMA.

Le figure rettilinee simili sono quelle, che hanno ciascuno angolo vguale, &

d'intorno agli angoli vguali i lati proportionali.

Come sono i duo triangoli A B C, D E F, se gli dice simili, quando saranno equiangoli, così che l'angolo A sia vguale all'angolo D, & l'angolo B all'all'angolo E, & l'angolo C all'angolo F, & i lati, che sono attorno à gli angioli vguali, sono proportionali, cioè come A B ad A C, così D E à D F; & come A B à B C, così D E ad E F, & come A C à C B, così D F ad F E.

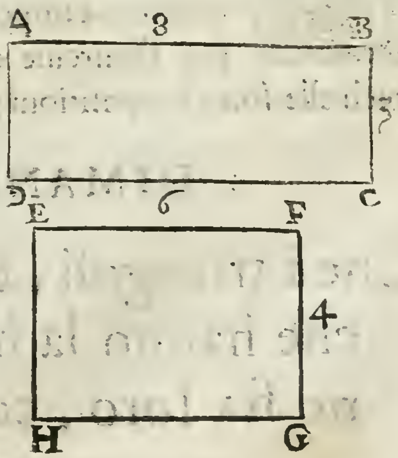


Onde di quì è manifesto, che tutte le figure rettilinee equiangole, & equilatere, le quali hanno i lati, e gli angoli vguali, sono simili, & proportionali.

II.

Le figure recriproche sono quelle, che nell'vna, e nell'altra figura hanno i termini antecedenti, & conseguenti di due portioni.

Come se nelli parallelogrammi A B C D, E F G H i lati A B, B C saranno così proportionali alli lati E F, F G, che dall'vno, & dall'altro habbino antecedenti, & cõsequenti di diuerse proportioni, cioè, che sia quella proportione dalla AB, alla EF, come dalla F G alla B C, ouero A B ad F G, così E F ad B C; imperciochè nell'vno, & nell'altro modo

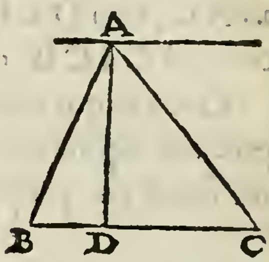


A B è antecendente d'vna proportione, & B C conſeguente d'vn'altra nella figura A B C D: ſi come il primo modo E F è conſeguente d'vna, & F G antecedente dell'altra, ouero nel ſecondo modo F G conſeguente d'vna, & E F antecedente dell'altra nella figura E F G H. In queſto modo i parallelogrammi, & i triangoli ſon detti reciprochi, benche non ſiano ſimuli.

III.

L'altezza di qual ſi voglia figura è la perpendicolare, tirata dalla ſommità alle baſe.

Se dalla cima A del triangolo A B C alla baſe B C ſia tirata la perpendicolare A D, ſi dice queſta perdicolare eſſer l'altezza del triangolo A B C.



Delle dimande. Cap. II.

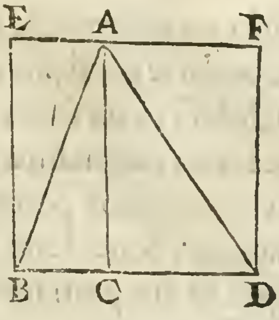
LE due preſenti Dimande non ci ſeruono ad altro, che à prouare alcune Propoſitioni, che ſeguiranno; nè ci danno campo di dire altro, ſe non che poſsiamo noi ſeruircine quà per principij non dimonſtrati, poich'elle ſono Propoſitioni prouate da Euclide nel ſeſto Libro.

DIMANDA PRIMA.

Prima propoſitione del 6. d'Euclide.

Che i triangoli, & i parallelogrammi, che hanno la medeſima altezza, ſono fra loro, come le baſe alle baſe.

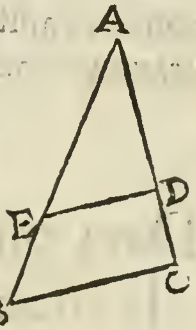
Come i triangoli ABC, & A C D, & i parallelogrammi E C, & C F, i quali habbino la medesima altezza; cioè, la perpendicolare dal punto A, tirata al punto C, la proportione della base B C alla base C D, sarà, come dal triangolo A B C al triangolo A C D, & dal parallelogrammo E C al parallelogrammo C F.



I I.

Che qualsiuoglia triangolo segato con vna linea equidistante à qualsiuoglia lato, che i lati del segamento siano proportionali.

Come che il triangolo A B C segato dalla linea D E equidistante alla B C, la proportione dell' A E alla E B sia, come dall' A D alla D C: & questa è nota, essendo la seconda proposta dimostrata da Euclide nel sesto libro.



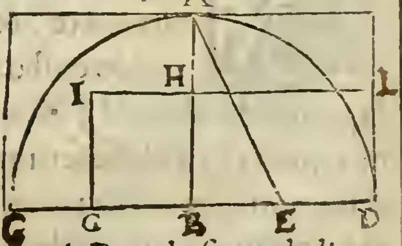
Del diuidere vna linea in due parti ineguali. Cap. III.

ANCHORCHE, in quei casi d'alluuioni, ne i quali bisogna ritrouare i siti delle linee diuidenti, si possono ritrouare, & più facilmente con l'vgualità, il qual modo è assai manifesto dalla prima propositione della perpendicolare al 5. Cap. nondimeno, perche sono alcuni casi, ne i quali chi volesse seruirsi della vgualità, sarebbe minor l'adito al fiume della portion diuisa; per questo dunque tal volta noi habbiamo voluto valerci della seguente Propositione: tanto più, es-

ſendo conforme alla proportione della inegualità (come quella che occorre per il più nelle diſtribuitioni) della quale propoſitione Euclide fà tanta ſtima, che nel 2. libro inſegna come ſi diuida vna linea retta inegualmente, che il rettangolo compreſo di tutta la linea nella minor parte ſia vguale al quadrato deſcritto ſopra della maggior, & nel ſeſto libro diffiniſce: quando vna linea retta ſarà ſegata in due parti ineguali, & la proportione, che hà tutta la linea alla maggior parte ſia così dalla maggiore alla minore, tal linea ſi dice eſſere ſegata ſecondo l'eſtrema, & meza proportione. Adunque da queſto, & da molte altre proprietà addutte dallo iſteſſo Euclide nel XIII. libro, & da Tolomeo nel primo libro dell'Almageſto al cap. 9. non ci è parſo di ſoperchio di porla in queſta Opera: oltra che habbiamo animo di moſtrar forſe altroue, che la preſente propoſitione ſia vtiliſsima, & quaſi neceſſaria in alcune ſorti di Machine. La conſtitutione di detta propoſitione ſarà miſta del modo d'Euclide, & di Tolomeo, & la dimoſtratione à modo noſtro.

PROPOSTA PRIMA.

Data vna linea retta, poſſiamo diuiderla in due parti ineguali, di modo che la proportione di tutta la linea, alla maggior parte, ſia come dalla maggior parte alla minore.



Sia la data retta linea A B, la quale biſogna diuidere in due parti ineguali; che la proportione della linea A B alla ſua maggior patre; ſia come la maggior parte alla minore. Tiriſi la linea retta C D, che ſottogiace all' A B, paſſando per il punto B, talmente, che la linea A B cada ſopra la linea

C D per-

CD perpendicolarmente. Poi per il centro B, ſecondo l'interual lo A B deſcriuaſi il ſemicerchio C A D. Diuidaſi la linea B D in due parti vguali nel punto E; congiungaſi la A E, & facciaſi E G vguali ad A E; di modo, che ſe la C B foſſe la B A, ſaria diuiſa, come ſi propone; ma per diuidere la A B ſopra della B G, conſtituiſcaſi il quadrato B G I H. Dico dunque, che l'A B, per l'vgualità delle linee B G, e B H è diuiſa nel punto H, così la proportione della linea A B alla B H ſarà come dalla B H alla H A. Per dimoſtrar ciò, conſtituiſcaſi ſopra dell'A B il quadrato A B D F, il quale ſarà ſimile al quadrato B G I H. Dopò prolonghiſi la I H ſin tanto, che ſeghi la D F nell'L. Adunque il rettangolo G D in G B, inſieme con il quadrato di B E ſarà vguale al quadrato di G E, & per conſeguenza al quadrato di A E, per la ſeſta propoſitione del ſecondo libro d' Euclide, cauiſi il commune quadrato B E dall'vno, & dall'altro, il rettangolo G L ſarà vguale al quadrato di B F, ouero di A B; ma ſe il quadrato di B F è vguale al rettangolo G L, cauiſi il commune rettangolo B L, il rimanente G H ſarà vguale al rimanente H F, per la XI. propoſitione del ſecondo d'Euclide; ma ſe il quadrato G H è vguale al rettangolo H F, & che gli angoli I H A, & A H L ſiano vguali, le figure ſaranno reciproche, & hauranno i lati antecedenti, & conſeguenti di due proportioni; cioè, la L H, alla H I, così la B H alla H A, ouero la I H alla H A, così L H alla H B: Adunque il rettangolo dell'A B in A H ſarà vguale al quadrato di G H, ſe la multiplicatione, di A B in A H è vguale alla multiplicatione di B H in ſe medeſima, le trè linee A B, B H, & H A ſaranno continue proportionali, & la proportione della B A alla H A ſarà compoſta delle duè proportioni di B H alla H A, cioè, che dalla ſuperficie A B D F alla ſuperficie H B D L, ſarà ſi come dalla ſuperficie H B D L alla ſuperficie H L F A, & per conſeguenza dalla baſe A B alla baſe B H, & dalla baſe B H, alla baſe H A. Dunque la linea A è diuiſa nel punto H in due parti inegnali, ſi come biſognaua.

Prima propos. del' 8. Cap. del 2. trat.

Prima del medeſimo.

Diffinitione 2. di queſto.

Per il X. Cap. 3. Trat.

Dimanda prima di queſto.

Delle Propositioni del diuidere il Parallelogrammo rettangolo con proportione. Cap. IIII.

PERCHE, regolata, che sarà la figura dell'alluuione, e ridotta in forma di rettilineo, noi formiamo vn parallelogrammo vguale ad esso, diuiso proportionatamente, secondo la ragione delle fronti de' confinanti d'essa alluuione, è molto necessario saper diuidere il detto parallelogrammo, secondo più proportioni date; anchorche potressimo formare vn triangolo, & ogni altra specie di figura rettilinea vguale alla medesima dell'alluuione, & diuiderla con la medesima ragione: nondimeno ci concorrerebbe forse più difficoltà nella diuisione, che non sarebbe nella stessa figura dell'alluuione; però staremo sù quella del parallelogrammo rettangolo, come figura più nota, & più semplice; circa alla diuisione, lasciaremo tutte le altre, pensando che esse debbono nascere nelle alluuioni regolate: ma perche questo non può farsi, nè prouarsi, se non si sega vna linea, secondo vna data proportione; nè parimente può succedere questo, se non si sega vna linea non diuisa, simile alla diuisa; ma bisogna saper tagliare d'vna linea vna ordinata parte; perciò porremo quattro propositioni à questo effetto, per diuidere il parallelogrammo, le quali parimente potrebbono seruire a chi volesse con più proportioni diuidere il triangolo; ma non con linee equidistanti.

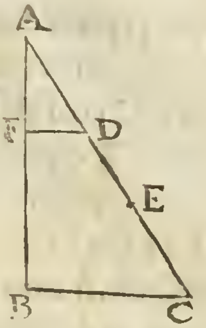
PROPOSTA PRIMA.

9. propos. del 6. d'Euclide.

Posiamo tagliare d'vna linea retta vn' ordinata parte.

Sia la data retta linea A C, nella quale bisogni segare vn' ordinata parte; proponghisi, che vogliamo tagliare vna parte, come si

voglia della linea A C: Hora ſia la terza parte quella, che vogliamo ſegare; facciamo dunque qualſiuoglia angolo con la linea A B, applicandola con l'A C nel punto A; perilche diuidaſi detta linea A B nelle trè parti vguali A D, D E & E B; ouero dal punto A pigliſi tre parti a ſuo piacere; ma che l'vna ſia vguale all'altra; dopoi congiungaſi la B C, & per D tiriſi la linea D F equidiſtante alla B C. Dico A F eſſere la terza parte di A B; percioche il triangolo A B C è ſimile al triangolo A F D; perche l'angolo D F A è vguale all'angolo B C A; per la 29. propoſitione del primo d' Euclide; ſendo che le due linee B C, & D F ſono parallele; per la conſtrutione adunque, ſe vn triangolo ſarà ſegato da vna linea equidiſtante ad vn de i lati, come è il triangolo A B C dal la linea D F, li duo triangoli A B C, A D F ſaranno de' lati propor tionali; e tale proportione ſarà dalla B D alla D A, come dalla C F alla F A; per la ſeconda Dimanda di queſto. Componendo adunque la C A ad F A, ſarà come della B A alla A D; ma A C è in tripla proportione con la A F, così ſarà per la conſtruttione la A B alla A D; ma A D è la terza parte di A B; adunque A F ſarà la terza parte di A C: onde habbiamo dalla linea retta A C ſegato A F parte ordinata, come faceua biſogno.



XI. Cap. del 3. Trat.

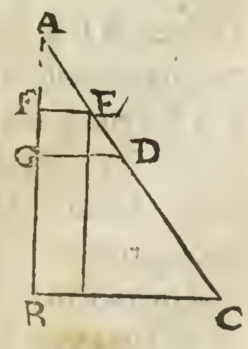
1. Dif. di queſto.

II.

Poſsiamo ſegare vna data retta linea non ſegata ſimile ad vna ſegata.

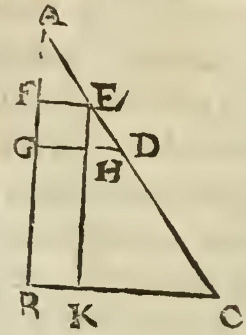
10. Propoſ. del 6. d'Euc.

Sia la data retta linea non ſegata A B, la quale biſogni ſegare nelle parti proportionali ſimili alla linea ſegata A C, nelle parti A E, E D, & D C applichinſi dunque le due linee A B, & A C in qualſiuoglia angolo B A C; dopoi congiunghiſi la B C per D, & per E tirinſi le due linee D G, & E F equidiſtanti alla B C: Dico, che la linea A B vien ſegata nelle parti proportionali F, & G



3. Propoſ. del 6. Capo. del 2. Trat.

per la precedente propoſitione, tale proportione è dalla A D alla D C, come dalla A G, alla G B, & dall' A E alla E C, così dalla A F alla F G, tiriſi anchora la linea E K equidiſtante alla A B, Di nouo la proportione della E D alla D C ſarà ſi come dalla E H alla H K, & per cõſeguenza da F G alla G B; eſſendo li duo triangoli A C B, E C K equiangoli, & de' lati proportionali per la ſeconda Dimanda di queſto; Et, poiche li detti triangoli ſono equiangoli, le due linee E K, & F B ſono vguali, & la proportione della E H alla H K, così la F G alla G B, & per conſeguenza dalla E D alla D C, per là x i. propoſitione del quinto d' Euclide. Onde la linea A B non ſegata è ſegata in le parti A F, F G, & G B, ſimili alle parti A E, E D, D C della linea A C, come ſi richiedeua.

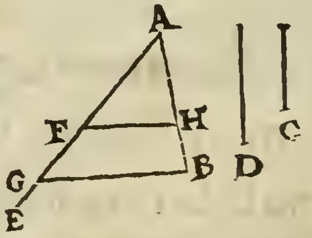


Dalla precedente propoſitione ſi caua di poter ſegare in due parti vna linea retta ſecondo vna data proportione.

I I I.

Poſsiamo ſegare vna linea retta in due parti ſecondo vna data proportione.

Sia la data retta linea A B, è la proportione come quella della D alla C, biſogni ſegare l' A B nelle due parti, ſecondo la proportione della D alla C. Si applichi alla linea A B la linea A E, che faccia qualſi uoglia angolo con l' A B. Dopoi tagliſi l' A F vguale alla D, & la F G vguale alla C, & giunghiſi la G B, & tiriſi la F H equidiſtante alla G B per la propoſitione terza del 6. Cap. Dico l' A B eſſere ſegata nelle due parti nel punto H, come ſi propone per la prima propoſitione di queſto Capo: perche tale proportione hà l' A H alla H B, come l' A F. alla F G; ma la A F è fatta vguale alla D, & F G alla C, & poiche la proportione del



3. Propoſ. del 4. Cap. del 2. Trat.

2. Trat.

la A H

la A H alla H B, è ſi come dall' A F alla F G, ſarà la proportione della A H alla H B, come è dalla D alla C, ilche biſognaua fare.

Et ſi hà da ſapere che con queſto modo ſi può diuidere vna linea in più proportioni, che oſſeruino altrettante proportioni propoſte, col congiungerle inſieme, come ſi vedrà nella ſeguente propoſitione.

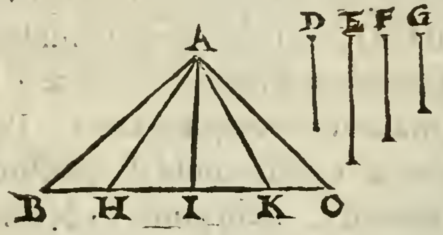
IIII.

Poſsiamo diuidere vno Parallelogrammo, ſecondo più Proportioni date, & con linee equidiſtanti.

Ma hora ſia il Parallelogrammo A B C D, ilquale biſogni diuiderſi, ſecondo le Proportioni date E F G; ma con linee equidiſtanti. Per voler far queſto diuidaſi qualſiuo glia lato B C nelli punti I, & L; in tal guiſa, che la Proportione della B I alla I L ſia come dalla E alla F; & dalla I L alla L C, come dalla F alla G, per la precedente propoſitione: Poi tirinſi le linee I H, & L K equidiſtanti alla A B, ouero alla C D, per la terza Propoſitione: dico il Parallelogrammo A B C D eſſer diuiſo nelli tre parallelogrammi A B I H, I H K L, K L C D, che fanno le proportioni, come ſi propone; percioche ſẽdo li parallelogrãmi in vna medeſima baſe, & d'vna iſteſſa altezza, ſono proportionali per la prima Dimanda di queſto: Onde la Proportione del Parallelogrammo A I, A L, H L, è ſi come la baſe B I alla I L, & il parallelogrammo H L alla K C, come la baſe I L alla L C. Adunque ne ſegue, che la proportione del parallelogrammo A I all' H L è come la proportione dalla E alla F, & il parallelogrammo H L alla K C, come dalla F alla G. In tal modo il parallelogrammo A B C D è di- 3. Propoſ. 6. Capo. 2. Trat.

uiſo, ſecondo le proportioni date E F G, & con le linee H I, K L equidiſtanti alli lati A B, C D; come ſi propoſe.

Hò detto nel preſette Cap. che il triangolo ſi può diuidere ancho eſſo con più proportioni; ma non con linee equidiſtanti: Hora dico, & è da notare; che, ſe non foſſe la diuiſione fatta nel triangolo con linee equidiſtanti, non ſi potrebbono diuidere l'alluuioni, ò il rettilineo ſimile allo inſcritto in eſſa vguale al parallelogrammo; & anchora non ſi potrebbe per nolti intereſſati hauere l'adito al fiume, & maſsime nell'alluuioni di più ripe: ma perche in queſto loco non ci occorre tal diuiſione, baſtarà hauere accennato, & ancho hauer dato il modo, come ſi diuida con più proportioni propoſte, ſerbando à dire nel quinto trattato, come egli ſi diuida con linee equidiſtanti.



Sia propoſto il triangolo A B C, ilquale vogliamo diuidere ſecondo le date proportioni D E F G; ma che le linee diuidenti concorrano in qualſiuoglia angolo; hora habbino da concorrere nell'angolo A. Per la terza propoſitione di queſto capo; diuidaſi la linea B C nelli punti H I K così, che tal proportione ſia dalla B H alla H I, come dalla D alla E; & dalla H I alla I K, come dalla E alla F, & dalla I K alla K C, come dalla F alla G; poi congiunginſi A H, A I, A K, le quali dico, che diuidano il triangolo A B C, come ſi propone: la ragione è ſimile à quella del parallelogrammo, che le ſuperficie, le quali ſono in vna medeſima altezza hanno la proportione frà loro, come la baſe alla baſe; poiche il triangolo A B H al triangolo A H I, hà la proportione, come dalla B H alla H I, ſeguitarà che la proportione del triangolo A B H al triangolo A H I, ſarà come dalla D alla E; & così ne gli altri accade; Onde il triangolo A B C è diuiſo, come biſognaua.

Prima Dimã da di queſto.

Del

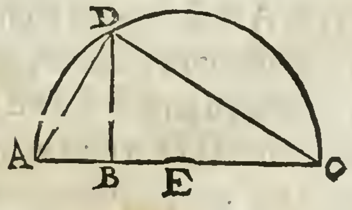
Del constituire vn Rettilineo simile ad vno, & vguale ad vn' altro, Cap. V.

DOpò l'operatione del parallelogrammo (diuiso, come si è detto di sopra) ne seguita la constitutione d'vn rettilineo, simile alla figura dell'alluuione regolata, & vguale al detto parallelogrammo. Onde debbiamo vedere come si constituisca vn rettilineo simile ad vno, & vguale ad vn'altro, tanto più, che ci sarà bisogno ancho nella diuisione stessa per alcuni casi, come nel Cap. 7, al 3 caso per la portione di Lutio, & nel Cap. xi. al primo caso per le portioni di Cefalo, & Caio, & al xii. Cap. nelle portioni di Geroastro, & di Lutio. Mà ciò non possiamo fare, se prima non sappiamo descriuere sopra vna data rettalinea vn rettilineo simile, & similmente posto; ilche volendo fare, fà bisogno di saper ritrouare frà due linee date la mezana proportionale. Onde vedremo le tre seguenti propositioni.

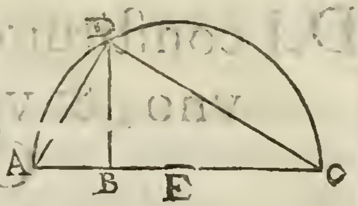
PROPOSTA PRIMA.

Date due linee rette, possiamo trouare la mezana proportionale.

Siano le due linee rette date A B, & B C, alle quali bisogni trouare la mezana proportionale; pōghinsi per dritto le due linee, com'è la linea A C, & per la prima propositione del quinto Cap. diuidasi la linea A C in due parti vguali nel punto E, & per il centro E, secondo l'interuallo E A descriuasi il mezo cerchio A D C: dopò per B per la seconda propositione del quinto Cap. tirisi la B D perpendicolare alla A C, sino alla circonferenza A D C: Dico B D



2. Tratt.



essere la mezana proportionale; percioche congiungendosi A D, & D C, per la 31 propositione del terzo d'Euclide, l'angolo A D C nel semicerchio sarà retto, & il triangolo A D C rettangolo; se dunque dall'angolo retto del triangolo A D C cada vna linea retta, come la D B nella base A C, sarà la linea ricercata per il Corrollario dell'8 propos. del 6 libro d'Euclide; onde tale proportione sarà dalla A D alla A B, come dalla D C alla D B; oltradiciò, se la B D è mezana proportionale, il rettangolo dell'A B nella B C sarà vguale al quadrato descritto sù la B D; dunque la proportione del quadrato di BC al quadrato di B D sarà si come il quadrato di B D al quadrato di AB, & la proportione del lato B C al lato B A è duplicata. Per questo dunque alle due date linee AB, & BC habbiamo trouata la linea B D mezana proportionale; ilche bisognaua fare.

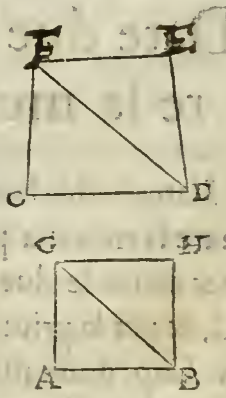
Cap. 8. 2. Proposit. 2. Tratt.

10. Cap. del 3. Tratt.

I I.

18. Proposi. del 6. d'Euclide.

Possiamo sopra vna data retta linea descriuere vn rettilineo simile, & similmente posto ad vno rettilineo dato.



Sia la data retta linea A B, & il dato rettilineo C D E F, & bisogni sopra la data retta linea A B descriuere vn rettilineo simile, & similmente posto, come C D E F, giunghisi la F D, & nelli punti della linea A B constituischinsi gli angoli B A G, & A B G, vguali à gli angoli F C D, & C D F, & anchora faccianasi gli angoli G B H, B G H, vguali à gli angoli F D E, D F E, & l'angolo rimanente G H B sarà vguale al rimanente F E D, per la 4 propositione del primo d'Euclide: poiche il triangolo B A G è equiangolo al triangolo D C F, la proportione della B A all'A G è si come dalla D C alla C F, per la propositione 4 del 6 d'Euclide. Di nouo, se la proportione dell'A

2. Proposit. 6. Cap. 2. Tratt.

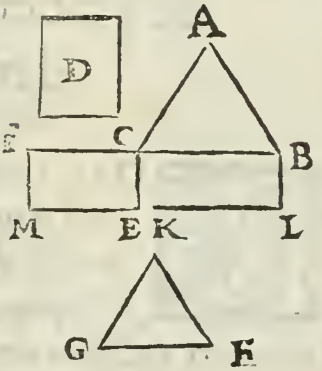
B, alla

B, alla B G sarà come dalla C D alla D F, seguirà, che la proportione della B H alla H G, sarà come dalla D E alla E F; essendo, adunque l'vno, e l'altro delli triangoli G A B, G H B, simili all'vno, & all'altro delli triangoli F C D, F E D, saranno anchor de' lati proportionali, & sarà tutto il rettilineo A B H G simile à tutto al rettilineo C D E F per la construtione. Adunque sopra la linea A B habbiamo constituito il rettilineo A B H G, simile & similmente posto al rettilineo C D E F, come bisognaua fare.

I I I.

Posiamo constituire vn rettilineo simile ad vn rettilineo dato, & uguale ad un'altro.

25. propos. del 6. d'Euclid.

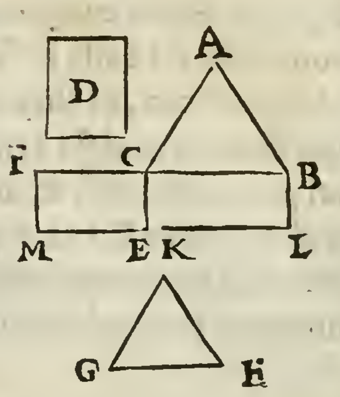


Sia il dato rettilineo A B C, & bisogni constituire vn rettilineo simile ad esso A B C, & vguale al rettilineo D, per la terza propositione del 7 Cap. applichisi alla linea C B il parallelogrammo B L E C vguale al rettilineo A B C, & alla C E, nel l'angolo C E M per la medesima applichisi il parallelogrammo C E M F vguale al rettilineo D; di modo che nella construttione l'angolo C E M sarà vguale all'angolo C E L, sendo le linee M E, & E L per dritto, & saranno vna linea sola, & il simile faranno le due F C, & C B; dunque gli angoli M F C, L B C contraposti à gli angoli M E C, L E C saranno vguali per la 30 Diffinitione; poi per la prima propositione di questo capo alle due linee F C B, trouisi la G H mezana proportionale; & sopra alla G H per la precedente propositione descriuasi il rettilineo G H K simile, & similmente descritto al rettilineo A B C: percioche, come è la proportione della B C alla C F, così è al rettilineo A B C al rettiluneo G H K, & per conseguenza al parallelogrammo B C E L al parallelogrammo C F M E, permutando,

2. Trat.

3. Cap. alla Dignità.

2. Trat.



ſi come il rettilineo A B C, al parallelo grammo B C E L, così il rettilineo G H K al parallelogrammo C F M E: Ma il rettilineo A B C è fatto vguale al parallelogrãmo B E, & il rettilineo D vguale al parallelogrammo E F, per la conſtruttione adunque il rettilineo G H K è vguale al parallelogrammo E F, & per conſeguenza al rettilineo D. Onde ſi è conſtituito il rettilineo G H K ſimile al rettilineo A B C, & vguale al rettilineo D dato; ilche fare biſognaua.

Del trouare la Quarta proportionale, & l'Ecceſſo di due rettilinei dati. Cap. VI.

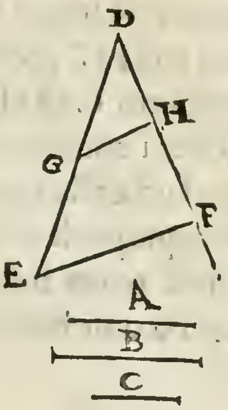
POSSIAMO dire, che nello ſminuire, & accreſcere vn Triangolo ſtia tutta la concluſione della Diuiſione dell' Alluuione; ma non ſi può ciò fare; ſe, (oltra alla prima propoſitione del paſſato capitolo,) non ſappiamo anchora ritrouare la Quarta proportionale à trè linee date, e parimẽte ritrouar l'Ecceſſo, ò la proportione trà dui dati rettilinei. Onde ſarà bene ſapere le due ſeguenti propoſitioni.

PROPOSTA PRIMA.

Poſsiamo date tre linee trouare la Quarta proportionale.

Siano le tre linee rette date A, B, C, alle quali biſogni trouare la quarta proportionale, congiunghiſi le due linee D E, & D F in qualſiuoglia angolo E D F, e ponghiſi la D G vguale alla A, & la

G E vguale alla B, & la D H vguale alla C; dopoi congiunghisi la G H, & per la E tirisi la E F equidistante alla G H. Dico la H F essere la quarta proportionale; percioche, se la D G è vguale alla A, & la G E vguale alla B, & la D H vguale alla C, seguitarà, che la proportione della D G alla G E, sarà sicome dalla A alla B, & la F H alla D H sarà sicome dalla F H alla C. Adunque alle tre linee rette A B C si è trouata la F H quarta proportionale, come era conueniente.



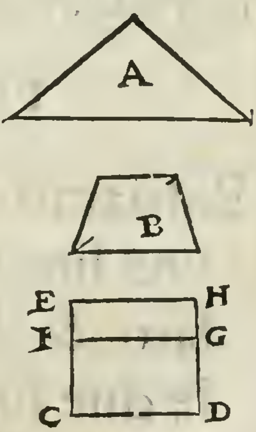
6. Cap. 3. Propos. 2. Trat.

2. Propos. del 4. Cap. di questo.

I I.

Proposte due superficie rettilinee inuguali, possiamo conoscere l' eccesso della maggiore, che supera la minore.

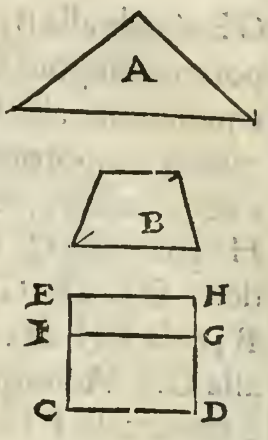
Siano le due superficie rettilinee A maggiore, & B minore, nelle quali vogliamo conoscere di qual grandezza la superficie A auanzi, ouero superi la superficie B; facciasi il parallelogrammo C E H D in qualsiuoglia angolo C, & vguale alla superficie A, per la quarta propositione. Poi sopra alla linea C D constituiscasi per la medesima il parallelogrammo C D G F nello stesso angolo C vguale alla superficie B; il parallelogrammo dunque F G H E, dico essere il soprauanzo, dal quale vien superata la superficie B dalla superficie A. Percioche, se il parallelogrammo E C D H è vguale alla superficie A, & auanza il parallelogrammo C D G F nella superficie F G H E (poiche il parallelogrammo C D G F è vguale alla superficie B) seguitarà, che ancho la su-



7. Cap. 2. Trat.

perficie A ſuperi la ſuperficie B nel parallelográ mo F G H E, & la proportione del parallelogrammo C D H E al parallelogrammo C D G F è sì come dalla H D alla D G, & la medeſima ſarà dalla ſuperficie A alla ſuperficie B. Adunque per le coſe dette habbiamo l'eceſſo, che ſi troua infrà la ſuperficie A, & la ſuperficie B, come biſognaua.

Cap. 2. 1. Dimãda di queſto.

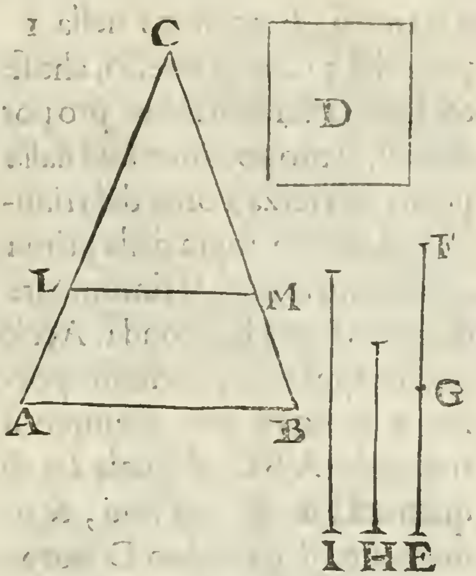


Del diminuire, & accreſcere vn Triangolo. Cap. VIII.

NEL rettilineo ſimile alla figura dell'Alluuione regolata, & vguale al parallelogrammo, occorre per il più prolongare alcuni de i lati del detto rettilineo per formare i triangoli, i quali poi ſi accreſchino, ò ſminuiſchino ſecondo il biſogno per formare le linee diuidenti, ſi come ſi vedrà à ſuoi luoghi, & poi dell'accreſcere il Triangolo.

PROPOSTA PRIMA.

Poſsiamo diminuire vn triangolo con vna linea equidiſtante à qualſiuoglia lato, & che la ſuperficie compreſa dalle due linee equidiſtanti ſia vguale ad vn rettilineo dato; perciò biſogna, che il rettilineo dato ſia minore d'eſſo triangolo.



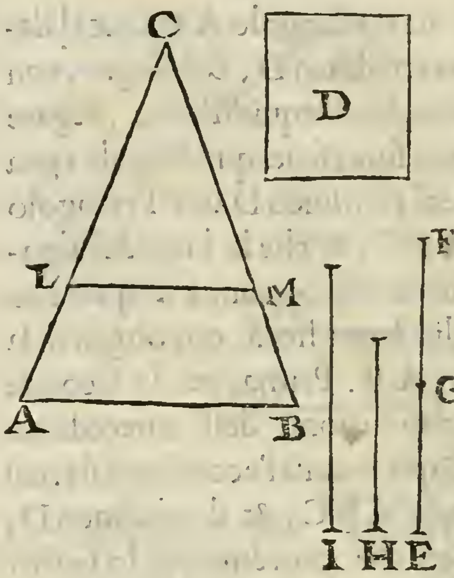
Sia il triangolo A B C, & il dato rettilineo D, & bisogni, con vna linea equidistante, segare vna superficie quadrāgola vguale al rettilineo D del Triangolo A B C, & che la linea del segamento si opponga à qualsiuoglia lato: hora oppongasi il lato A B. Prima, per la seconda propositione dell' antecedenre Capo, trouisi l'eccesso trà il triangolo A B C, & il rettilineo D, perilche porremo per lo spatio del triangolo A B C la linea E F, & la F G per quello del rettilineo D; la differenza dunque sarà la G E: poi, alle trè linee E F, G E, & à qualsiuoglia delle due B C, trouisi la H quarta proportionale, & ancho alle due, B C, & H, per la prima propositione del 5 Capo, trouisi la I mezana proportionale. Dopoi taglisi la C M della B C vguale alla I, & dal punto M finalmente tirisi la M L equidistante alla A B: Dico la figura quadrangola A B M L essere vguale al rettilineo D: percioche la proportione del triangolo A B C, al triangolo C M L (per il x Cap. del terzo Trattato) è come la proportione della B C alla C M duplicata, e poiche la proportione de i triangoli è come quella de i lati duplicata, seguitarà, che la proprtione del triangolo A B C al triangolo C M L, sarà come la proportione della E F, alla G E; permutando dunque quella proportione, che hà il triangolo A B C al quadrangolo A B M L, sarà come dalla E F, alla G F, & per conseguenza al rettilineo D; Onde del triangolo A B C habbiamo segato la superficie quadrangola A B M L per la construttione con la linea M L equidistante alla B A, vguale al rettilineo D dato, come bisognaua.

3. Proposit.
4. Cap.
2. Tratt.

COROLLARIO.

Di quì è manifesto per quello, che si è detto nel x. Cap. del

3 trattato, & mostrato nella 1 prop. del 5 Cap. di questo, che se trè linee saranno cõtinoue proportionali, la proportione sarà dalla prima alla terza, come dal triangolo descritto sopra della prima al triãgolo simile, & similmente descritto sopra la seconda. Acciò questo apparisca più chiaro, porremo di nouo per essempio il triangolo A B C, il quale sia di quantità, & de' lati noti, & similmente il rettilineo D noto;



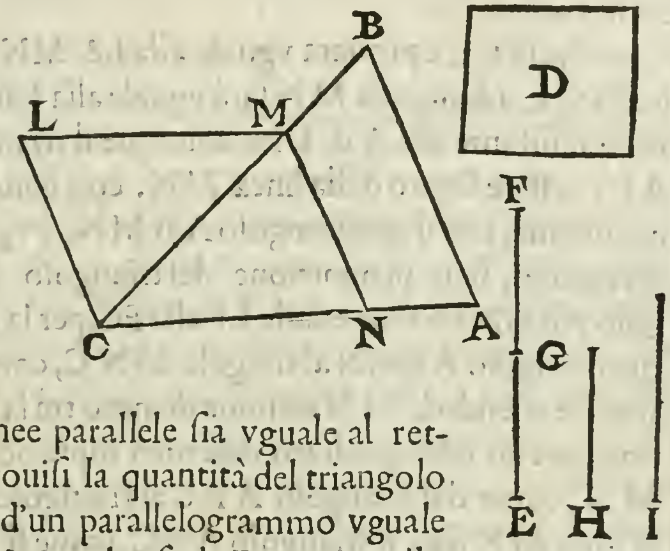
cioè, che la superficie del triangolo A B C sia 12 & per conseguenza quella della linea E F, il lato A B 4, B C 6, & A C rad. 52, & il rettilineo D 6, la G F 6, & l'eccesso G E 6. Dunque douendo essere il conseguente H, alla B C, come l'eccesso G E 6, alla E F 12, & la I, ouero C M sarà rad. 18, & meza proportionale trà la B C, & la H: onde le trè linee B C; M C, & H, sono continoue proportionali; sendo dunque dal punto M tirata la M L equidistante alla A B, forma il triangolo L M C simile, & similmente descritto al triangolo A B C. Adunque tal proportione sarà del triangolo A B C al triangolo L M C, come dal quadrato descritto sopra della B C al quadrato di M C, che altro non vuol dire, che la proportione della B C alla M C sia duplicata; cioè, come quella della B C alla H; ouero dalla E F, alla G E. Onde da questo, si raccoglie, che tutte le figure rettilinee simili & similmente descritte hanno quella proportione frà loro, che hanno i quadrati de i lati corrispondenti.

Vn'altro modo si troua per diminuire vn triangolo tolto dalla 26 propositione del 1 lib. della prospettiua di Vitteleone molto vtile, & necessario, nella pratica del diuidere l'alluuioni; il quale vsaremo in questo luogo tutto Geometrico, & nel fine del quinto trattato con numeri, & con la pratica Agrimensoria.

Hauendo dunque conosciuta la proportione delle figure rettili

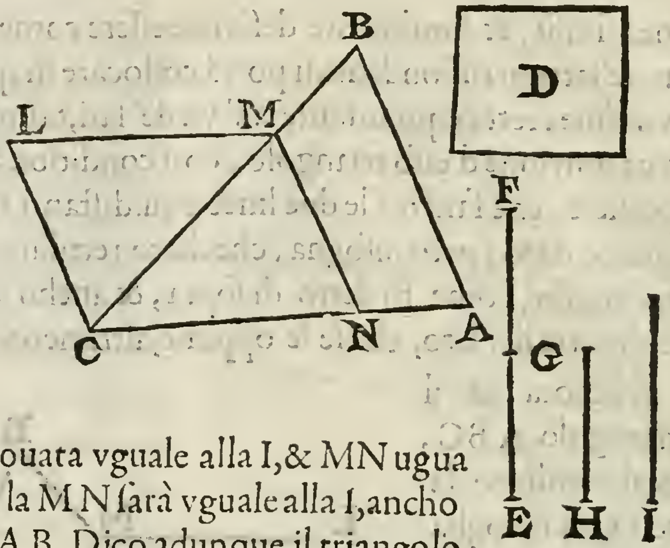
nee ſimili, & ſimilmente deſcritte eſſere come quella delli quadrati de' lati corriſpondenti, ſi potrà collocare in qualunque triangolo vna linea retta equidiſtante ad' vn de' lati, talmẽte, che quella ſeghi vna portione d'eſſo triangolo, così conditionatamente, che la ſuperficie, che ſarà trà le due linee equidiſtanti ſia vguale ad vn rettilineo dato; però biſogna, che detto rettilineo ſia minore ch'eſſo triangolo, come fù detto di ſopra, & ancho la linea, che ſi deue collocare del lato, che ſe le oppone, altrimente ſaria impoſsibile.

Anchora ſia il triangolo A B C, & il rettilineo dato D, & ſi voglia collocare vna linea retta in eſſo triangolo A B C equidiſtante ad vno de' lati, e fare che la ſuperficie,



che ſarà frà le due linee parallele ſia vguale al rettilineo D. Prima trouiſi la quantità del triangolo A B C; cioè il lato d'un parallelogrammo vguale ad eſſo, ilquale poniamo che ſia la E F, & quello del rettilineo D concediamo eſſere la F G: la differenza adunque, ò l'eceſſo, che dire vogliamo, ſarà la G E. Poi trouiſi vn conſeguente alla linea A B, che ſtia nella proportione con eſſa, come il conſeguente G E alla E F, & ſia la H. Anchora conſtituiſchiſi vna linea, che il quadrato deſcritto ſopra di eſſa ſia vguale al rettangolo produtto dalle due linee A B, & H, ilquale ſia la I; adunque la linea I ſarà quella, che ſi deue collocare nel triangolo A B C, che ſtà nella proportione, con il quadrato di A B, come la E F, alla EG. Hora volendo collocare detta linea I nel triangolo A B C, tiriſi dall'angolo C la linea C L equidiſtante alla A B. Poi tagliſi della C L la linea C L vguale alla I; & dal punto L tiriſi la L M, equidiſtante alla C A, allungata ſin tanto, che la ſeghi la C B nel punto M, & in eſſo conſtituiſcaſi l'angolo L M N vguale all'an-

1. Propoſi. del precedente Cap.
2. Propoſi. dell' 8. Cap. del 2. Tratt.
3. Propoſi. del 4. Cap. del 2. Tratt.
2. Propoſi. del 6. Cap. 2. Tratt.



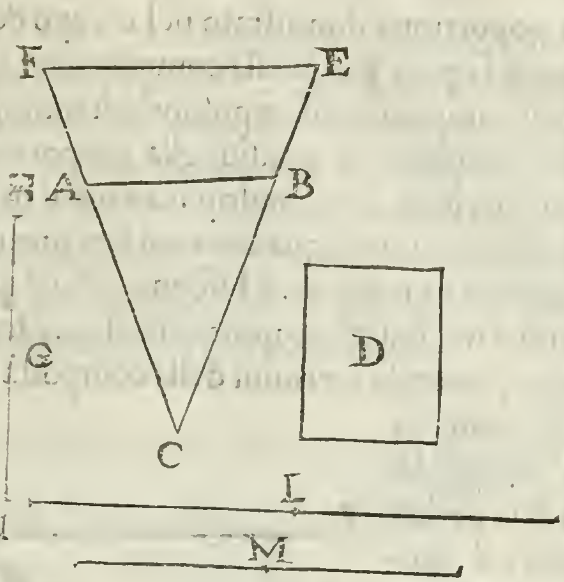
golo N C L. Dico, essendo li due angoli contraposti vguali, la linea M N esse re vguale alla C L, per la diffinitione de' parallelogrãmi, & per conseguenza alla I, perche la L C è prouata vguale alla I, & MN ugua le alla C L; adunque la M N sarà vguale alla I, anchora equidistante alla A B. Dico adunque il triangolo A B C essere segato dalla linea M N, così conditionatamente, che il quadrangolo A B M N, è vguale al rettilineo D: percioche, se la proportione del triangolo A B C al quadrangolo ABMN è si come dalla E F alla FG, per la cõstruttione; sarà dal quadrãgolo A BMN al triãgolo MN C, come dalla GF alla G E. Inoltre essendo la M N termine di mezo trà la A B, & la H, la proportione sarà dal quadrato descritto sopra della A B al quadrato M N, come dal triangolo A B C al triangolo C M N. Dunque la linea M N sega il triangolo A B C, come si propone: cioè, che il quadrangolo A B M N è vguale al rettilineo D.

1. Dignità 3. Cap. 2. Trat.

I I.

Possiamo accrescere infrà qualsiuoglia di duo lati protratti d'ogni triangolo vna superficie quadrangola vguale adun rettilineo proposto, la quale habbia vna linea equidistante all'altro lato di detto triangolo.

Sia il



Sia il triangolo ABC infrà qualsiuoglia di duo lati protratti, come C A, C B in E, & F infiniti; & bisogni cóstituire vna superficie quadrágola, vguale al rettilineo proposto D, con vna linea equidistante alla A B, trouisi la proportione, che è dal triangolo A B C al rettilineo D, la quale è come dalla H G alla G I; dunque alle tre linnee H G, H I, C B, trouisi la L quarta proportionale: Dopoi infrà la L, & la C B, la M mezana proportionale: Dopoi seghisi dalla linea C E la linea C E vguale alla M, & finalmente tirisi la E F equidistante alla A B: Dico essere accresciuto il triangolo AB C, della superficie quadrangola A B E F serrata dalla linea E F equidistante alla AB, & vguale al rettilineo D. Percioche componendo adúque la proportione del triangolo C E F insieme con il quadrangolo A B E F sarà come dalla H I insieme con la G I alla G I. Diuidédosi anchora la proportione, sarà adúque dallo eccesso, che la grandezza del triangolo E F C, supera il trangolo A B C, come lo eccesso della grandezza della linea H I supera la G I; poiche la proportione del triangolo A B C al quadrangolo A B E F, è si come dalla G H alla G I, seguitarà, che il triangolo A B C hauerà la medesima proportione al rettilineo D: che la linea E F sia equidistante alla A B, è manifesto per la construttione: Adunque si è constituita infrà li due lati protratti C A, C B del triangolo A B C, la superficie quadrangola A B E F, vguale al rettilineo D dato, con la linea E F equidistante all' altra A B il che era di bisogno.

Proposi. 2. del 6. Cap. di questo.

Proposi. 10. del 6. Cap. di questo.

Proposi. 1. del 5. Cap. di questo.

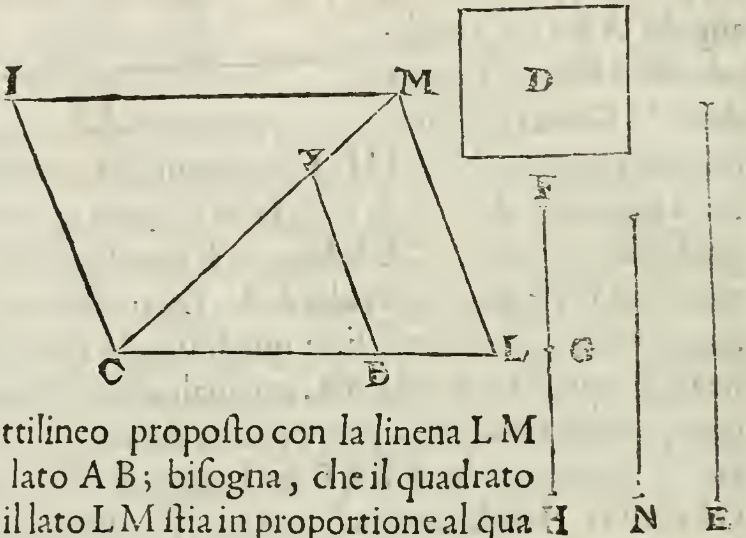
Proposi. 3. al Cap. 6.

Per le cose dette nel corollario di sopra si hà da sapere, che questa propositione è il conuerso della prima di questo; ne ci occorre in questa, se non che si componghino i termini del-

la poportione dimostrato nel XI capo del 3 Trattato: del restante poi ne seguita vna istessa conuenienza; egli è ben vero, che da questa si comprende essere possibile di multiplicare qualsiuoglia superficie rettilinea in qualsiuoglia proportione data. Noi dunque con vna linea nota multiplicaremo il triangolo A B C de' lati noti di tanta quantità, quanto à noi sarà proposto il rettilineo D, la cui quantità sia nota: però bisogna, che il quadrato descritto sopra la linea data stia in proportione al quadrato del lato, che se gli oppone, secondo i termini della composta proportione.

11. Cap. 3. Tratt.

Essempio, sia il triangolo A B C de' lati noti, il quale vogliamo multiplicare nella superficie quadrangola ABLM, vguale alla



quantità del rettilineo proposto con la linena L M equidistante al lato A B; bisogna, che il quadrato descritto sopra il lato L M stia in proportione al quadrato descritto sopra dell' A B, come i termini composti della proportione del triangolo A B C al rettilineo D, à esso rettilineo D; sia come prima la proportione della F G alla GH. trouisi alle tre linee, G H, F H, & A B, la E quarta proportionale;

2. Proposit. 8. Cap. 2. Tratt. 3. Proposit. 6. Cap. del 1. Tratt.

Dopoi trouisi la N, che il quadrato sopra di quella descritto sia vguale al rettãgolo dell'AB nella E. tirisi dopoi la C I sopra la CB equidistante alla A B, taglisi la C I vguale alla N, & per I tirisi la I M, fin tanto ch'ella si congiunga con la C A protratta nell' M, & equidistante alla C B, & dal punto M tirisi la M L parallela alla C I, sinche concorra con la C B prolungata nel punto L. Dico, che il triangolo A B C è accresciuto dalla superficie quadrangola A B L M vguale al rettilineo D con la linea L M equidistante alla A B, & il quadrato di quella essere in proportione del quadrato

di A B,

di A B, ſi come al triangolo A B C, & il rettilineo D inſieme giunti à eſſo rettilineo D; percioche, eſſendo li triangoli CL M, A B C ſimili, & equiangoli, ſaranno de' lati proportionali, & ſarà la dimoſtratione di quella dell' antecedente; & poiche li triangoli ſono ſimili, il quadrato della linea L M ſtà in proportione con il quadrato del lato A B, come dal triangolo CLM al trianglo ABC; adunque habbiamo accreſciuto il triangolo A B C del quadrangolo A B L M, con le cõditioni ſopradette, ſi come conueniua. *1. Diffi. del primo Cap. di queſto.*

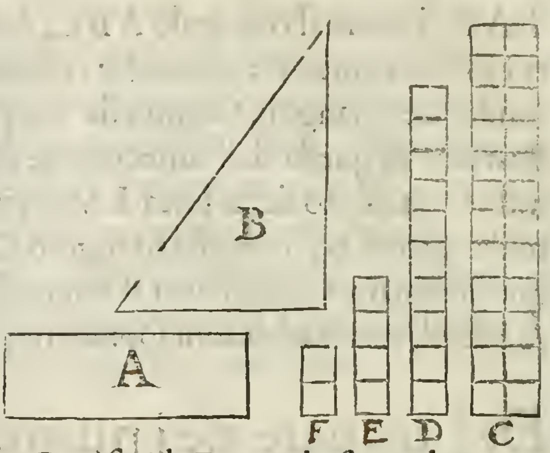
Del trouare nei numeri le proportioni di duò piani commenſurabili. Cap. VIIII.

HAVENDO noi intentione di cauare vna pratica, come habbiamo detto, la quale faciliti l'operationi allo Agrimenſore mediocremente erudito nelle Mathematiche, habbiamo propoſto moſtrar il modo, come ſi deua trouare la proportione di due piani commenſurabili, ne i Numeri; alla quale dimoſtratione baſtano ſolamente due propoſitioni, l'vna del trouare i numeri delle proportioni, l'altra di ſapere la maggior loro commune miſura.

PROPOSTA PRIMA.

Dati due piani miſurati da commune miſura, poſsiamo trouare la loro maggiore commune miſura.

Siano li due piani A, & B miſurati da commune miſura, & biſogni trouare la loro commune miſura; cioè la maggiore, che poſſa miſurare l'A, & la B; Hora poniamo, che la quantità C ſia vguale alla B; & la D vguale alla A. Dico, che la quantità D miſura



ſura la C, ouero non la mi ſura; perche, ſe la D miſura la C, miſurarà anchora ſe medeſima. ſaria adunque la D la commune miſura della C, & della ſteſſa D: Onde manifeſto appare, che la C è maggiore, che la D: ouero la B maggiore della A, ſe la C è maggiore della D, ſarà impoſsibile, che la C miſuri la D, per la ſeconda propoſitione del x libro d'Euclide; però ſi deue detrarre la D dalla C, tante volte, ſinche reſti vna quantità minore di eſſa D, ſi come ſaria la E, & eſſa E ſia detratta dalla quantità D, ſinche reſti la quantità F, la quale ſia minore della E, & così à uicenda; ſin tanto, che reſti vna miſura, che miſuri la precedente. Però diremo in queſto caſo, che la F ſia la maggior commune miſura, che miſuri la C, & la D; & per conſeguenza l'AB, & la A; percioche, ſe la F miſura la E, miſurerà anchora ſe medeſima, per la 3 propoſitione del detto x di Euclide; & poiche E è reſtante di C, la F miſurerà anchor la D, & ſe la F miſura la D, miſurarà anchor la C; adunque F ſarà la maggior commune miſura della C; e della D: ouero della B, e della A; ilche biſognaua trouare.

2. Propoſi. del 7. libro d'Euclide.

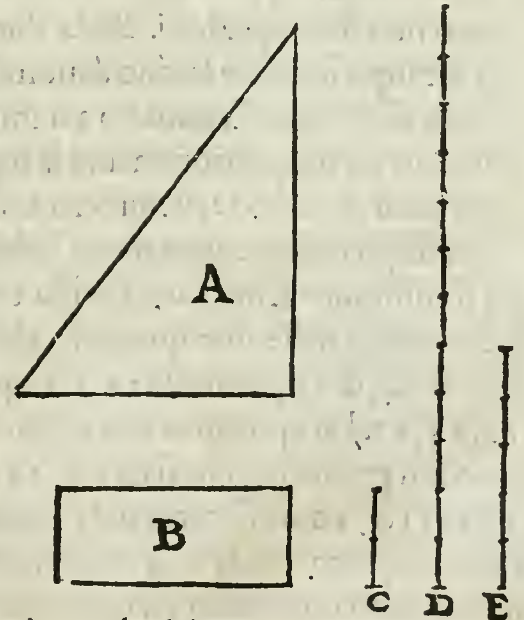
Tal coſa nel numero ſi vede apertamente da quelli, che ſono eſſercitati nell' Arithmetica, ilche parimente da Euclide uien dimoſtrato nel 7 libro, alla ſeconda propoſitione. Habbiatene eſſempio tale; ſiano queſti dui numeri 24, & 10, (numeri che comprendono i propoſti piani) delli quali vogliam trouare il maggior numero, che li miſuri ambidue; ſi conuien partire 24 per 10, del quale il quotiente trouaremo eſſer 2, & auanza 4; di modo che del 2 trouato, non ſe ne deue tener conto alcuno, perche non importa altro, che il maggiore contenire due volte il minore, e tanto più, quanto è il reſtante 4, il qual ſi ſalua, & anch'egli ſia detratto dal numero 10 quante volte ſi potrà, & non vi reſtando eccesſo alcuno, diremo, che il 4 è la maggiore commune miſura; ma per-

che il 4 non diuide precisamente il 10; perche, partendo 10 per 4 entra due volte, & auanza 2; ma essendo detto, che non si tien conto delle volte; ma solo de restanti, di nouo partiremo 4 per 2, ne vien 2, senza alcun rimanente; di maniera che diremo, conforme alla detta 2, propositione del 7, che il numero 2 è la maggior commune misura, che misuri ambidue i numeri 24, e 10, & è chiaro, per il Corollario della detta 2 propositione, conciosia che vn numero, che misura dui numeri, misurarà anchora la loro maggior commune misura: come saria, che partendo 24, e 10 per 2, ne viē 12, & 5 precisamente; cioè, che il maggiore contiene dodici volte la commune misura, & la minore 5 volte. Onde è manifesto, che il numero 2 è la massima misura, che gli misuri ambidue.

I I.

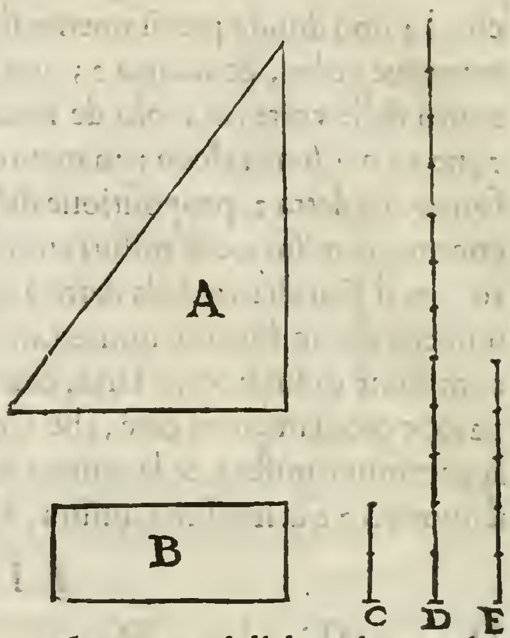
Proposti duo Piani commensurabili, possiamo trouar ne i minimi numeri la proportione, che hanno frà loro.

Siano li duo Piani A B commensurabili, nelli quali bisogni ritrouare la proportione; che è fra loro n'e numeri: per la precedente propositione, trouisi la commune loro misura, la quale sia la quantità C, & quante volte la C misura la A, tante vnità siano nella D, & similmente la B quante volte contiene la C, tante vnitadi siano nella E. Haue-



rà dunque la A, alla B la proportione, che hà il numero D, al numero E; Percioche, sendo il piano A al piano B cōmensurabili, la pro

portion loro sarà come da numero à numero, per la quinta propositione del x. d'Euclide, ma se, percaso i detti piani A B fossino quadrati, della stessa quantità, i lor lati sariano incommésurabili, & la loro proportione nõ saria come da numero, à numero per la settima propositione del detto x; adunque quei piani, che saranno denonminati da nnmeri nõ quadrati, hauerãno la proportione loro almeno ĩ potenza, delli loro lati; &alcu na volta, se bene i detti piani nõ sarãno quadrati, nè denominati da numero quadrato, come hora habbiamo supposto; nondimeno potranno hauere la proportione frà loro, come da numero quadrato, a numero quadrato; se ben li numeri, dalli quali sono deno minati non sono quadrati: Basta dũque che questo stia fermo, che tutt e le superficie, che sarãno denominate da numero; la propor tion loro sarà, come da numero a numero, & sarãno cõmensurabili Adunque tal proportione haurà la superficie A, alla superficie B, quale è dal numero D, al numero E: che ciò, bisognaua trouare.



Nella precedente anotatione habbiamo ritrouato il numero 2, per il commune schisatore (così lo chiamano gli Aritmetici) ilqua le è partitore delle due quantità, che comprendono l'A, & la B, cioè di 24, & 10 partiscasi 24, e 10 per 2, ne viene per auenimẽto 12, e 5, e tal proportione sarà dũque da 12 a 5 quale è da 24 à 10; perche il prodotto, che si farà da 24 in 5 sarà vguale a quello del 12 nel 10, come fu detto nel 3 Trattato. Anchora che, ogni me no che esperto intẽda lo schisare de rotti, nella pratica di numeri. nondimeno nõ essendo vna cosa stessa, lo schisare de rotti, & il ri durre le proportioni a minimo numero, se non quãto all'atto del-l'operare; ci è parso cõueniẽte di dire, che l'uno è ridurre le frattioni

a minimo numero,&l'altro è ſapere li termini radicali della propor tione, acciò ſi ſappia la ſpetie ſua. Oltra che occorre alli Mathema tici ſeruirſi di queſto modo in molte operationi, de ridurre le proportioni nelli termini radicali, per le quali ſi conoſcono le qua lità loro; ilche non ſapẽdo reſtarebbono cõfuſi in aſſai concluſioni, & maſsime nelle quãtità irrattionali; Onde alle volte nella rapreſẽta tione della proportione parrebbe ad eſsi, che quelle foſſero irrationali,& ſarebbono rationali, com'e ſtato l'eſſempio nel Cap.8 del 3 Trattato,dalla rad. 32 a rad. 18;quanto alla rapreſentatione è irrationale,ma la proportione è rationale, la quale è come da 4 a 3;per ciò nella pratica delle proporrioni cõuienſi ſapere ſchiſare li numeri;oltraciò ſe ne caua ancho queſta vtilità,che nell'oprar de'numeri ſi eſſeguiſce con meno fatica in alcune cõcluſioni; & ſi conoſce,ſe li numeri ſieno compoſti, ouero incõpoſti;perche,ſe ſon cõpoſti, è neceſſario repreſentare la denominatione di eſſa proportione, per aſsignare la ſpetia ſua. Dunque, per queſto riſpetto, porremo vn'altro eſſempio; che la ſuperficie A,& B ſiano di maggior capacità, & ſieno cõpreſi da numeri cõpoſti, come lo ſpatio A, comprẽde 345, & il B 70, & che ſi voglia ſapere la loro proportione nelli termini radicali: laquale,ſe voleſsimo dire, che foſſe quadrupla ſuper $\frac{65}{70}$, ſarebbe voce impropria ſuperpartiente;perche,ſe per la prima propoſitione di queſto Cap. trouiamo la loro maggior cõmune miſura eſſere 5, oue partendo li duo numeri 345; e 70 per 5,gl' auenimenti ſarãno 69, e 14,& queſti ſarãno li termini radicali di tal proportione;& ſi potrà dire eſſere quadrupla ſuper $\frac{13}{14}$, la quale nella denominatione ſarà $4\frac{13}{14}$. Onde da queſto ſi potrà raccogliere non eſſere lecito, propoſte che ſaranno due quantità non pronuntiare la proportione, che ſi ritroua frà loro, ſe prima non ſi eſſamina l'vna,è l'altra quãtità;a finche ſi conoſca,ſe li numeri ſon primi, ouero compoſti;perche,ſe ſeranno primi,la loro cõmune miſura ſarà l'vnità, & tal proportione ſarà nelli termini radicali. Ma, ſe le quãtità ſarãno compoſte, la loro maggiore cõmune miſura ſarà più che l'unità,com'è ſtato nell'eſſempio propoſto,cõ la quale eſſequẽdo ſe ritrouaranno li termini radicali della proportione.

Il fine del Quarto Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DE GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO V.

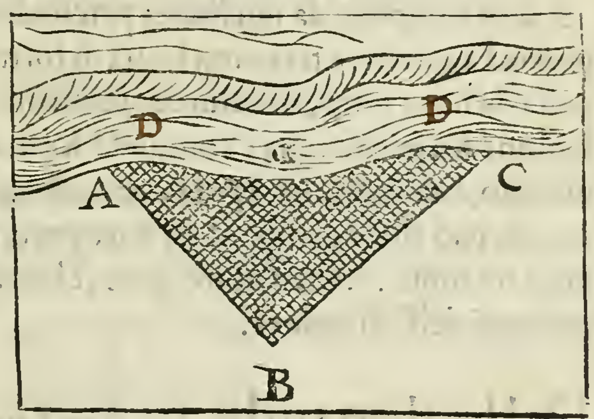
Delle Diffinitioni apartenenti alle Alluuioni. Cap. I.

HORA che ſiamo preparati di quelle coſe Mathematicali, che ſono neceſſarie al propoſito noſtro, è tempo, che veniamo à dimoſtrare varij caſi da diuiderſi, ſecondo, che habbiamo promeſſo: Ma prima porremo alcune poche Diffinitioni, & Dimande; ſenza le quali ſaria impoſſibile venire alla diuiſione de Caſi: E perche l'eſſenza delle coſe, la quale ſi hà dalle Diffinitioni deue precedere ogni altra cognitione, vedremo dunque, che coſa ſia Alluuione, quali ſiano i Termini di eſſa, & la figura ſua, con queſte trè diffinitioni.

DIFFINITION PRIMA.

L'alluuione è vn'aggiongimento di terreno, fatto dal fiume alle ripe de' confinanti à poco, à poco; in modo che è impossibile di conoscere sensibilmente quando sia fatto. *Instit. libro 2 §. Praeterea quod.*

Questa diffinitione è manifesta alli Leggisti, & ancho à quei, che sanno la natura dei fiumi; ma, perche noi pensiamo, che questo libro potrebbe peruenire nelle mani d'alcuni, i quali à pieno ignorano ciascuna delle dette professioni, ci pare che non sia fuor di proposito di porre vn essempio tale: onde qualsiuoglia, ancho di mediocre ingegno possa comprédere questo effetto. Adunque imaginiamoci, che le due linee A B, e B C, siano le ripe di duo cófinanti, & che il fiume D loro scorresse dietro, e che hora abbandonasse l'una, hor l'altra ripa partendosi in questo modo, come saria per essempio; che la linea A B in loco del fiume si mouesse di moto tardissimo, & vguale per la B C, & che la linea B C si mouesse similmeute per l' A B; è manifesto, che le due linee A B, e B C descriueriano vna superficie parallelogramma, ma perche la linea A C termina la superficie dell'acqua del fiume D, & sega la superficie A B C, & causa, che tal figura muta la sua specie, non però importa à noi; basta solo che il terreno, che vien lasciato dal fiume dentro alle linee A B, B C, & A C è detto Alluuione.



I I.

Il termine dell'Alluuione è quel circuito, che vien compreſo dal fiume, e dalle ripe de' confinanti.

I I I.

La figura dell'Alluuione è la quantità del detto terreno, compreſa da più linee, ò rette, ò tortuoſe.

Si dice compreſa da più linee; percioche alla natura del fiume repugna l'aggionger terreno, che ſia di forma circolare. Si dice compreſa da linee rette, o tortuoſe; percioche, ſe bene doppo che l'Alluuione è regolata, ella è compreſa ſolamente da linee rette; nondimeno, auanti che ſia regolata, e rimanendo nella ſua natura, è vero, che può eſſere compreſa da linee rette, mà via più facilmente da linee tortuoſe. Altro non ci pare, che occorra di dire circa le diffinitioni dell'Alluuioni.

Delle dimande appertenenti à ridurre l'Alluuione in rettilineo. Cap. II.

PERCHE, alle volte intorno à quelle coſe, che ſi vogliono dimoſtrare; biſogna valerſi d'alcune dimande, come principij originali; noi dunque, come neceſſarie per diuidere l'alluuioni, ſiamo sforzati ſeruircene, & chi voleſſe negare quelle, che ſaranno pro-

poſte, ſi negaria detta diuiſione, la quale dipende da detti principij, & non accaderebbe farne dimoſtratione alcuna. Onde perche, tutte l'Operationi noſtre, intorno all'Alluuioni, ſi ponno ridurre à quattro attioni principali; La prima è ridurre l' Alluuione ad vn rettlineo; La ſeconda fare vn parallelogrammo vguale al terreno dell' Alluuione, chiuſo dal detto rettilineo, La terza è formare vn rettilineo vguale al parallelogrammo, & ſimile al circonſcritto dell' alluuione; L' vltima è applicare la linee diuidenti à quel rettilineo dell' alluuione, per queſto dunque ridurremo anchor noi tutte le preſenti Dimande a quattro Capi delle dette quattro Operationi; ma perche, à ridurre l'alluuione à rettilineo, ſono neceſſarie trè altre operationi; La prima è prendere in diſegno il terreno dell' alluuione; La ſeconda tirare la linea fondamentale nel detto diſegno,& per conſeguenza nel terreno dell' alluuione; La terza regolare la figura di eſſo diſſegno, & parimente del terreno; Noi dunque prima à queſto fine ſupporremo queſte trè Dimande.

DIMANDA PRIMA.

Che ſi poſſa pigliare in diſſegno qualſiuoglia propoſta Alluuione da diuidere con l'adoparare qualſiuoglia ſtromento da traguardi.

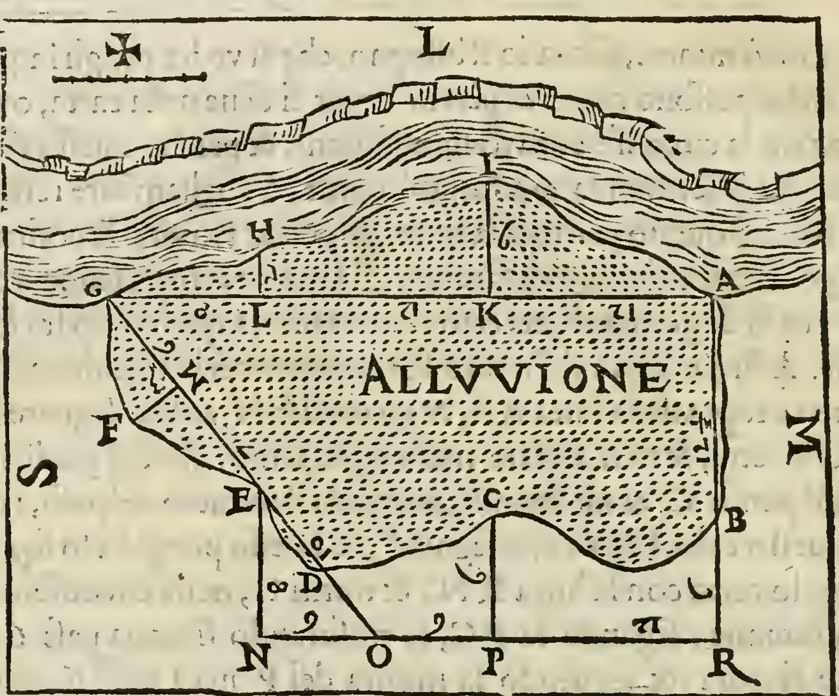
Il prendere il diſſegno dell' Alluuione, & ſaperlo fare è di molto giouamento, non ſolo à Mathematici, ad Agrimenſori, & à Leggiſti, onde poſsino i primi far vna giuſta diuiſione, i ſecondi eſſequirla, & gli vltimi giudicarne rettamente; ma ancho è gioueuole ad Huomini di guerra giudicioſi; accioche, oltra il leuar le piante, poſsino riconoſcere, e diſtribuire qualſiuoglia ſito cautamẽte per accampr Eſſerciti, & ordinar Fortezze. Dunque non ſarà fuor di propoſito moſtrare, come ſi poſſa fare con lo ſquadro, che ſi adopra nello ſquadrare le terre; per eſſere ſtromento forſe più fa-

cile ad vſarlo, & di minor ſpeſa ad hauerlo, che ſia alcun'altro. Facciaſi prima ogni opera di riconoſcere il ſito dell' alluuione, che deue eſſere preſa in diſſegno; perche riconoſciutolo bene, ſi faranno manco rimeſſe di Squadro, & la fatica riuſcirà minore: poi in vna carta abbozziſi la circonferenza dell' alluuione, notandouiſi intorno le parti principali del Cielo; cioè Oriente, Occidente, Mezodì, & Settentrione, le quali dimoſtrano come ſia ſituata. Ponẽdo che ſi haueſſe da prendere in diſſegno la preſente figura ABCD

EFGHI. notinſi le parti ſudette del Cielo in lettere maggiori, come L, P, S, M, in vna Croce ad angolo retto: poi ſi potrà dar principio a quella parte, che torna più cõmodo al Topografo, & hora daremo noi principio quì frà Oriente & Mezodì nel punto A, & in eſſo punto porremo lo ſquadro, & de lì guardando per li traguardi, ſin nel punto R ſegando con i raggi viſiui la circonferenza dell' alluuione nel pũto B, & con ſegni, ouero palline faremo ſegnare la linea retta ABR, & andãdo ſi miſurarà dall'A al B paſsi $120\frac{1}{2}$, e dal B all'R paſsi 6, & quì ſi deue auertire, che queſte diſtanze poſſono

maggiori, ò minori, ſecondo il biſogno, che ſi vedrà per gli impedi menti, che poſſono naſcere: perciò notar ſi deue nella carta, oue è abbozzata la circonferenza d'eſſa alluuione; & perche queſto ſtromento hà le ſettioni fatte ad angoli giuſti, ò vogliam dire retti, ſi deue hauere queſto per regola generale, di far ſempre le poſitioni ad angolo retto; altrimente facendo, ſi farebbe errore, ſendo infinite le varietà de gli angoli, eccetto che de i retti, i quali ſono frà loro vguali. Adũque ſopra del punto R rimetteremo lo ſquadro ad angolo retto ſopra della linea A R, & guardiſi la N, col far ſegnare la linea R N retta, & nell'andare miſuriſi ſin tanto, che col giudicio ſi vegga il punto C, & iui fermiſi, notando il numero de' paſsi, i quali, in queſto caſo, ſono 12, & ſegniſi P, & in eſſo ponghiſi lo ſqadro ad angolo retto con la linea R N, & miriſi C, nella circonferenza dell'alluuione, ſegando la P C, & miſurando ſi troua paſsi 6, & queſto ſi nota; & ſeguendo la miſura del P in O paſsi 6, iui riponghiſi lo ſquadro, & miriſi in guiſa, che il raggio dell'occhio ſia contingente al ſegno E, & paſſando nella circonferenza D, ſcorraſi nella E G, oue ſi faccia ſegnare la linea O D E G: dopoi miſuriſi dalla O alla N ſin tanto, che ſi conoſca, & ponendo lo ſquadro ad angolo giuſto nel pũto N ſi vegga E, ilche ſe ritroua paſſa 6, & riportando dunque lo ſquadro nel punto N, il quale ſi ponga ad angolo retto con la linea N R, guardiſi E, & facciaſi ſegnar al ſolito la linea N E, la quale miſurata ſarà paſsi 8. Inoltre miſuriſi la linea O D E paſsi 10, & dall'E ſino nella M paſsi 7, & iui ſegniſi M, & nel pũto M ſi rimetta lo ſqua. ad angolo retto con la O G, & miriſi F, nella circõferenza, & ſegniſi la M F, la quale miſurata, è paſsi 3, & M in G paſsi 6. Di nouo ripõghiſi lo ſqua. nel pũto G, & de lì ſi guardi l'A, ſegnãdo al ſolito, ouero facẽdo ſegnare la linea retta G A, & in andãdo verſo A, conſideriſi il punto H, & derimpetto fermãdoſi, col notar le miſure, le quali ſon paſsi 8, col fare il punto L, & de lì guardando H, ſi ſegni la linea L H, miſurata paſſa 2. con queſto però, che lo ſqua. ſtia ad angolo retto con la G A, & anchora in andando, ſeguendo le miſure, & con l'occhio ſi rimiri la I, in guiſa che ponendo lo ſqua. ſtia ad angolo retto con la L A, & ſegniſi la K I, onde le miſure da L in K ſaranno paſsi 12, & da K I paſſa 6,

Tolomeo nel l'Almageſto



& finalmente seguendo la misura di K in A si ritroua passi 12, di modo, che essendo abbozzate queste misure alli suoi luoghi si potrà poi retirarsi in luogo commodo, & facilmente giustificare il dissegno proposto: come saria, che si pigliasse vno, ô più fogli di carta, secōdo che si desidera di farlo grande. Ma prima notiuisi vna linea alla similitudine della linea ✢, la quale si diuide in parti vguali, che tornano più commodo, le quali misure si denominano, secon do la qualità della discrittione. Però nelle Geodici saranno passi ô piedi, come hora si rapresenta questa di lunghezza de passi 8 de piedi 5 il passo, & tal linea uien domandata da molti Scala delle misure, le quali, secondo saranno distante l'una dall'altra, il dissegno verrà grande, essendo fatte ô dalla necessità, ouero dall'arbitrio; ilche non è altro, che vna graticola, della quale i pittori si seruono in trasportare le figure di grandi in piccole, ouero di piccole in grandi. Dopò facciasi vna Croce di linee occulte ad angolo retto, segandoui le parti principali con le quattro lettete

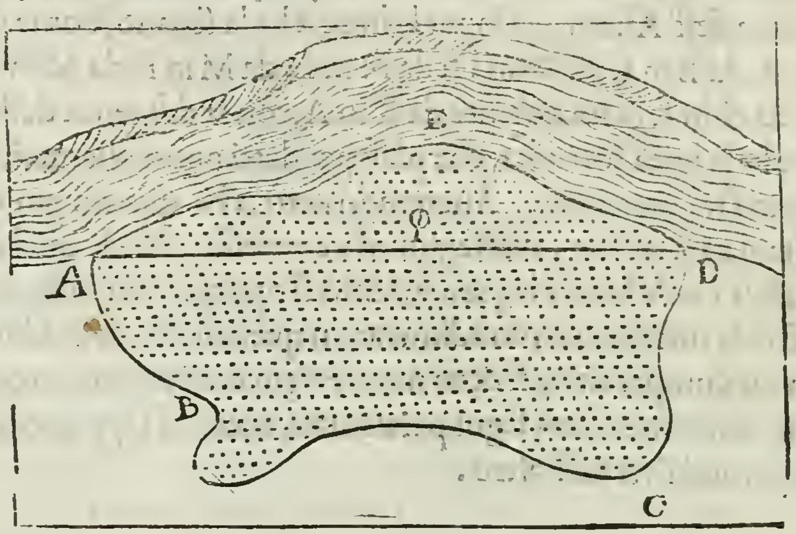
L	tāto lontano, che restino fuori del dissegno, come
S M	fù detto di sopra; poi con vn regolo, ouero riga
P	dritta, tirisi la linea AB R, la quale fù trouata passi

18 e $\frac{1}{2}$, hora sia longa delle misure della scala + parti 18 e $\frac{1}{2}$. poi nel punto R tirisi la perpendicolare R N, sopra della A R longa passi 24, & sopra alla N R la perpendicolare N E, longa 8, dopoi dalla N verso la R pongasi la riga lontano dalla N, 6, delle sudette misure & iui si tiri la linea O G, & passando per E M longa 23, & ancho da G, tirisi la linea G A, la quale deue essere di necessità longa 32 altrimente, che fosse non saria l'operatione buona: ilche fatto sopra le linee R N, O G, & G A, tirinsi le perpendicolari P C, M F, L H, H I, le quali siano longhe P C 6, M F 3, L H 2, & K I 6. Dopò questo, vadasi immitando il serpeggiamento, che fà la circonferenza dell' Alluuione sopra le linee, che la segano, come saria da A in B; da B in C; da C in D; da N in E; da M in F; da M in G da L in H; da K in I, & finalmente da K in A, con la diligenza della mano tirando la linea tortuosa, che passi per detti punti osseruati; così il dissegno sarà concluso. Auertendo però, che quanto più delle perpédicolari si faráno, che seghino la circonferenza di quel sito, del quale si vuole leuare la pianta, tanto si operarà più giusto, & più sicura sarà la inscrittione; nondimeno, in questo caso dell' Alluuione, ò in qualunque altra, si deue notare ogni interessato, intorno à detta circonferenza, con segni particolari, acciò, si sappiano distinguere i termini l'vn dall' altro.

I I.

Che da gli eſtremi punti de' confinanti verſo il fiume di qualſiuoglia Alluuione terminata per diuidere ſi poſſa aſsignare vna linea con ſegni euidenti.

Eſſempio, ſia l'alluuione da diuiderſi A B C D E. notiſi dallo eſtre



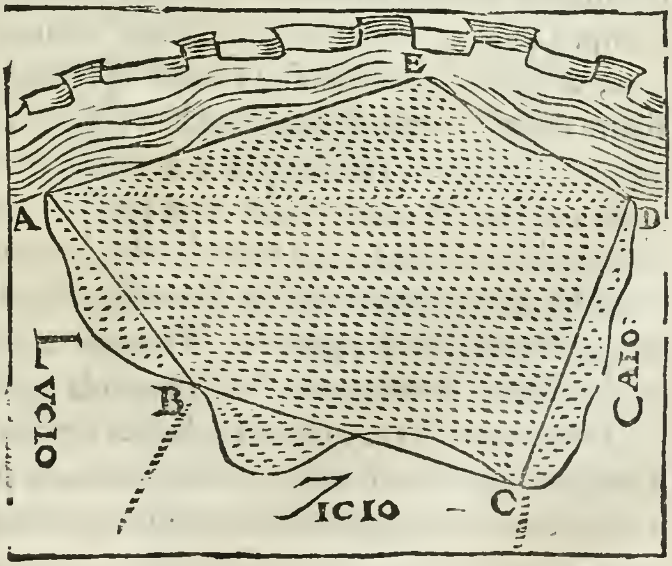
mo A all'eſtremo D, ſi ſegna vna linea retta con ſegni apparenti, ouero dallo eſtremo D allo eſtremo A delli confinanti. Per principio delle operationi Geodiche è neceſſario alla diuiſione dell'alluuioni ſegnare una linea retta cõ ſegni apparẽti da gli eſtremi d'ogni confinante uerſo il fiume, affinche le linee diuidenti le caſchino ſopra perpendicolarmente, per le ragioni, che ſi ſono dette nel ſecondo trattato al cap. 5. Adducendo per eſſempio, che ſi come l'Architetto nell'edificar la caſa ſtatuiſce per principio i fondamenti, così noi per diuidere l'alluuioni ſtatuimo con queſta Dimanda, che ſia ſegnata dallo eſtremo A, allo eſtremo D la linea retta A D, nõ perche ella ſia alcuna parte della diuiſione: ma ſolo per ſtabilire una baſe, doue debbano cadere le linee diuidenti, & queſto è anchora

poſto da Bartolo nella ſeconda, terza, & quarta ſpecie: ma per altra ragione, come fu detto nel ſettimo cap. del primo trattato.

Hauendo noi dunque detto, che il principio delle diuiſioni delle alluuioni è la linea, tirata da gli eſtremi delli confinanti, & è il fondamento della diuiſione; per queſta cauſa vogliamo, che queſta linea così tirata ſia detta linea fondamentale, & ne' caſi noſtri, che proporremo ſarà ſegnata con queſta lettera Greca φ: Auertendo però alcune proprietà, che occorrono à queſta linea nell' alluuioni: perciochè alle volte ſi farà vna linea ſola; con le frōti regolate delli confinanti, come il Cap. 6; alle volte per il buon terreno, come al caſo 2 del 7 Cap. alle volte per dentro all'alluuione, come al 4 caſo del 7 Cap. & al 1 del 10; alle volte per il fiume, & di là da eſſo, come al 2 caſo dell' 8 Cap. alle volte per l'alluuione, & per il fiume, come al 1, & 3 caſo del 7 Cap. & al 1, & 3 caſo dell' 8; & alle volte finalmēte dietro al fiume, come nelli caſi delli Cap. IX, XI; & XII; & quando più, & quando meno, ſecondo i caſi: le quali proprietà naſcono dalle varie poſiture de gli eſtremi di detti cōfinanti verſo il fiume, ſecondo le diuerſità de gli accidēti prodotti da eſſo fiume.

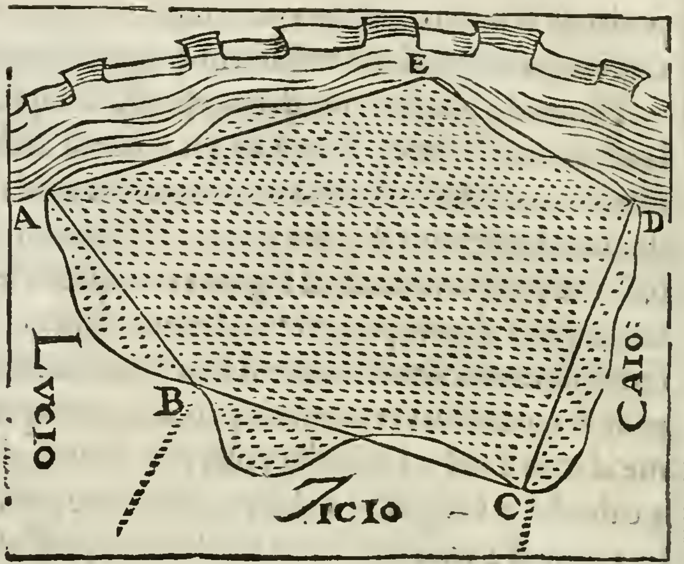
III.

Che ſia lecito regolare qualſiuoglia alluuione; cioè, ridurla à figura rettilinea.



E' chiaro, che le coſe irregolari, nō ſono ſottopoſte à ragione, nè ad arte; perciò ſi addimanda di regolare qualſiuoglia alluuione propoſta, da diuiderſi; per eſſere per il più cōtenuta da linee mi

ſte, ò tortuoſe. Onde di ciò addurremo eſſempio facile; ponendo che ſia la propoſta alluuione ABCDE circondata dalli confinanti Lutio, Titio, & Caio, & da AED verſo il fiume, la quale ſendo irregolata porremo lo ſquadro



nel punto A, & miriſi B confine di Lutio, & di Titio, & ſegniſi la linea retta A B, la quale ſarà la fronte regolata di Lutio: poi rimettaſi lo ſquadro nel punto B, & guardiſi C confine di Titio, & Caio, & la B C ſarà la fronte di Titio regolata, & nel medeſimo modo ſi regoli la fronte di Caio; dopoi, per il punto D, punto del contatto dell' alluuione, & del fiume, pongaſi lo ſquadro, & veggaſi E, & ſegniſi la linea retta D E, & nel fine da E in A miriſi con lo ſquadro, & facciaſi la linea E A, & così ſarà regolata la figura dell' alluuione; cioè, ridotta a rettilinea. Di quì dunque ſi vede, che fà di biſogno vniuerſalmente ridurre à regolarità tutte le fronti de' campi d'ogni confinante contigue all' alluuione, che ſono irregolari, & queſto modo ancho è ſtato opinione di Bartolo nella xx. figura della Tiberia. Onde noi, che vogliamo diuidere con proportione, & mandar ciaſcuno al fiume tiraremo vna linea retta da ogni confine, & ancho dalle parti verſo il fiume; Ma quel terreno dell' alluuione, che reſtarà infrà li concaui delle fronti de i campi, & le linee rette, ſarà di quelli, che gli ſono più da vicino; & queſta anchora è opinione di Bartolo nell detta xx. figura, & noi quì ſotto faremo, che di ciò s'intenda la ragione.

Dall' hauer detto, ch'egli è lecito regolare l' alluuione da vn confinante all' altro con vna linea retta, & parimente verſo il fiume, accioche ſi tolghino le tortuoſità; ponno naſcere alcune diffi-

cultà,

cultà; perche nell'essempio proposto, se si guarda alla fronte del terreno di Caio nel regolarla, pare, che vi soprauanza, & habbia vno spatio d'alluuione, ilquale non essendo compreso nella diuisione, torna à pregiudicio de gli altri interessati. Nondimeno chi ben considera, anchorche à Caio si lasci di soprauanzo quello spatio d'alluuione, vedrà esser fatta molto più breue la fronte del suo campo; onde hauerà poi minor portione dell' alluuione nella diuisione; & se Caio volesse dolersi perche sia fatta minore la fronte naturale del suo campo, con la fronte artificiata, la quale induce hauer minor portione dell'alluuione; se gli dirà, che à lui vien compẽsato questo danno con l'vtile ch' egli hà, mercè dello spatio datogli di soprauanzo; & quando bene non ne trahesse quest' vtile, si come auiene nei casi, doue la linea retta è tirata su'l buon terreno, il che appare hora in vna parte del confin di Titio, il quale non hà per questo da dolersi; perche non si può far di meno, volendo regolar la figura: essendo che doue non è regola, iui non è ragione, nè per conseguenza vi può cadere proportione; nè meno deue hauer timore, che il buon terreno, sendo segato dalla linea retta, gli sia tolto nella diuisione da Caio; perche la linea diuidente nella portione di Caio non passerà sopra il suo buon terreno, che ad esso sarà riseruato nella diuisione.

Delle dimande appartenenti al far' vn parallelogrammo vguale al terreno dell' alluuione. Cap. III.

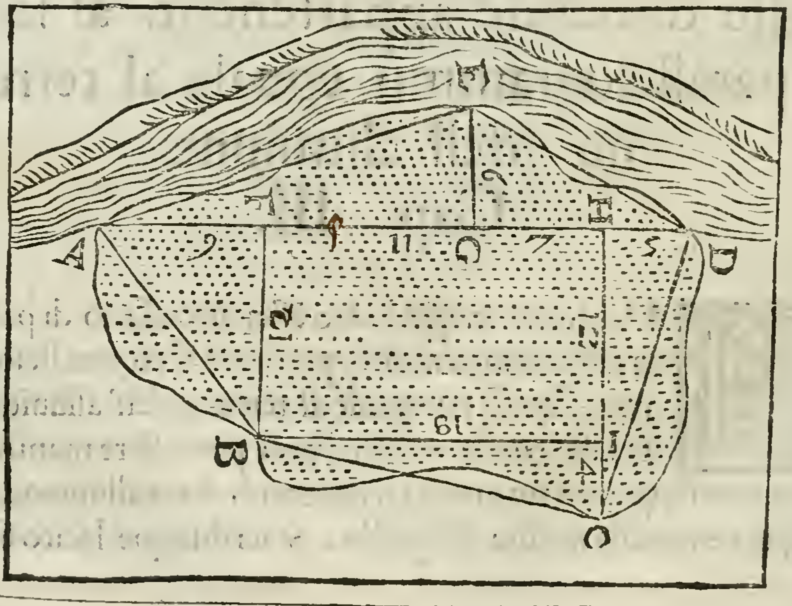
HAVENDO noi giudicato esser necessario di passare alla conclusione nostra, per mezo d'vn parallelogrammo, ilquale sia vguale al terreno dell' alluuione: ma perche questa vgualità non può essere manifesta, se prima non sappiamo quanto sia il terreno di detta alluuione, perciò bisogna venire alla misura di quello. Siaci dunque lecito suppor-

le due Dimande; l'vna delle quali sia di misurare terreno dell'alluuione regolata; l'altra del fare il parallelogrammo, come habbiamo detto, il quale si diuiderà dapoi secondo le proportioni delle fronti de' confinanti.

DIMANDA PRIMA.

Che sia lecito misurare quel spatio di terreno, detto alluuione, il quale è compreso dentro dalle linee rette tirate intorno ad essa per regolarità.

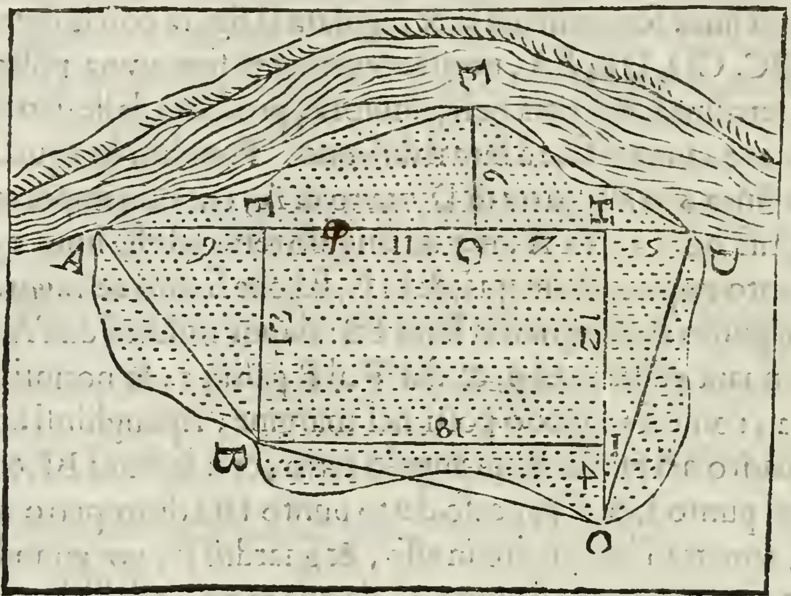
Il conoscere il modo come si misuri il terreno dell'alluuione, sarà di molta commodità non solo à Geodici; ma ancho à gli Architetti; à questi per ordinare le fabriche con proportione, & à quelli per sapere la quantità da diuidersi, come habbiamo detto. Adunque questa dimanda non sarà fuor di proposito di misurare il terreno dell'alluuione: Come per essempio, che dētro dalle linee rette AB, BC, CD, DE, EA, tirate per regolarità, dimandiamo, che il



terreno,

terreno, il quale vi è dentro incluso, si possa misurare; il che non è cosa difficile da fare; perche, dopò l'hauere riconosciuto il sito, & tirata la linea fondamentale, & regolata la figura con le dette linee AB, BC, CD, DE, EA, notisi breuemente sopra vna poliza la figura rettilinea, inscritta nell'alluuione, produtta dalle dette linee, nel modo, come si fece à fare il dissegno. Ponghisi lo squadro sopra la linea φ, ò alla parte di D, ouero di A, che non importa: purponghisi hora verso A, ma ad angolo retto ad essa linea φ, & vadisi tanto traportãdo in quà, & in là, fin che si miri co'raggi dell'occhio il punto B, & segnasi la linea FB: dapoi misurisi dall'A alla F, si ritrouarà essere pasi 9, & dal F al B pasi 12, & notinsi AF 9, FB 12, come si veggono posti nel margine; riponghinsi anchora lo squadro nel punto B, ad angolo retto, con la linea BF, & guardisi nel punto I, & se per caso detto punto sarà dirimpetto al punto C, rimettasi lo squadro in esso, & guardisi B, poi girandosi all'altra settione, mirisi il punto C da vna parte, & dall'altra il punto H, segnato nella linea φ, & segnasi la linea retta CIH, la quale misurata da C in I, sarà pasi 4, & IH pasi 12, & dal punto H alla D pasi 5: adunque sendo la linea IH ad angolo retto con la BI, & la BI con la BF, la linea IH sarà vguale, & parallela alla FB, onde dal punto H al D, misurando si ritrouarà pasi 5, & da H G passa 7, & iui si fermi; perche si giudica, che il punto G sia derimpetto à l'angolo E verso il fiume, & in esso punto G ponghisi lo squadro ad angolo retto con linea φ, e mirisi E, & segnisi la linea GE, misurata pasi 6, & notisi GD 12, & GE 6: poi partendosi da G in andando uerso F, misurisi passi 11, che giunti con GH 7, fanno 18, di modo che essendo FB, HI, parallele, & vguali, la BI sarà parallela, & vguale alla HF: dunque la figura rettalinea ABCDE iscritta nell'alluuione sarà posta in squadro, secondo si costuma nello squadrare le terre; cioè, ridotta nel parallelogrammo rettangolo FBIH, & in cinque triangoli similmente rettangoli, i quali sono contornati da gli infrascritti lati AFB, BIC, CHD, DGE, & EGA, ne i quali in tutti la lettera di mezo è quella oue si fa l'applicatione dell'angolo retto, come la F, la I, la H, la G, & la G: per il che hauendo noto i lati di tali triangoli, & insieme

Per la prima Dimãda di questo.



quelli del parallelogrammo, ſarà facile venire in cognitione della quantità di eſſo terreno dell'alluuione regolata. Hauendo già detto nel 7 Cap. del ſecondo trattato; che, hauendo noto i duo lati del parallelogrammo rettangolo, ſarà nota la quantità di eſſo: dunque ſendo noti i lati d'vno triangolo; cioè, quegli, che comprendono l'angolo retto, la ſuperficie ſua ſarà nota facilmente; perche baſtarà multiplicare l'vn lato per l'altro, e del prodotto pigliandoſi la metà, ſarà la quantità di eſſo triangolo; perche multiplicando l'vn lato per l'altro, viene ad eſſere il prodotto la quantità d'vna ſuperficie parallelogramma, & pigliandone la metà, ſarà quella d'vn triangolo: ouero baſtarà ancho prendere la metà di qualſiuoglia d'vno de' detti duo lati, che s'hauerà il medeſimo. Eſſempio, pōghinſi nella margine le grandezze de' lati di ciaſcuno triangolo; cioè, di quegli, che ſtanno attorno all'angolo retto, ſi ritrouerà eſſere il triangolo A F B 54, B I C 36, C H I 40, D G E 36, & il parallelogrammo F B H I 216: le quali multiplicationi giunghinſi tut-

Triangolo. A F B	
AF	9
FB	12
	108
la cui metà è 54	
Triangolo B I C	
BI	18
IC	4
	72
la metà 36	
Triangolo C H I	
CH	16
HD	5
	80
la metà 40	
Triangolo D G E	
DG	12
CE	6
	72
la metà 36	
Triangolo A G E	
GA	20
EG	6
	120
la metà 60	
Parallelogr. FBIH	
BF	12
FH	18
	216

te in vna somma così: & tanti passi superficiali sarà la quantità di detta alluuione regolata; cioè 442; perciò si potrà ancho operare d'altra maniera; nōdimeno rimettiamo all'arbitrio dell'operante, che faccia quello, che gli torna più commodo, & più piacerà. Basta che starà ferma la conclusione della quantità.

AFB	54
BIC	36
CHD	40
DGE	36
AGE	60
FBIH	216
	442

II.

Che sia lecito fare vn parallelogrammo vguale al terreno dell'alluuione, il quale si dourà poi diuidere con proportione.

Come si faccia questo parallelogrāmo vguale à vna quantità nota, è manifesto nel Cap. 7. del secondo Trattato; però non ci occorre altro essempio.

Della dimanda del fare vn rettilineo vguale al parallelogrāmo, & simile alla figura regolata dell'alluuione. Cap. IIII.

ANCHORA che per mezo del Parallelogrammo, si sia per ritrouare la proportione da esser asignata à tutti gl'interessati nell'alluuione. Nondimeno, non essendosi anchor manifestato doue si debba tirare le linee diuidenti nel dissegno dell' alluuione, è di necesità, che noi facciamo vn Rettilineo, non solo vguale al parallelogrammo; ma anco simile alla figura rettilinea circonscritta nell' alluuione; nel quale rettilineo saranno poi poste le linee diuidenti a i luoghi loro, & anchora che sia imposibile ciò fare senza prolongar le linee in alcuni casi, non però parlaremo quà delle prolongationi di dette linee: perche, sendo l'operatione Geometrica, ci hà da bastare quanto fù sopra ciò detto da noi nel secondo Trattato, alla seconda Dimanda del secondo Cap.

Per esser questa operatione esplicata nel Cap. 5. del 4. Trattato alla 3. propositione, non ci estẽderemo ad altro; ma solo diremo, che questa dimanda non è per altro, se non perche in casa si possa fare la Diuisione dell' alluuione con proportione, & dimostrarla sciẽtificamente.

Delle dimande appartenenti all' applicare le linee diuidenti alla figura dell'alluuione.

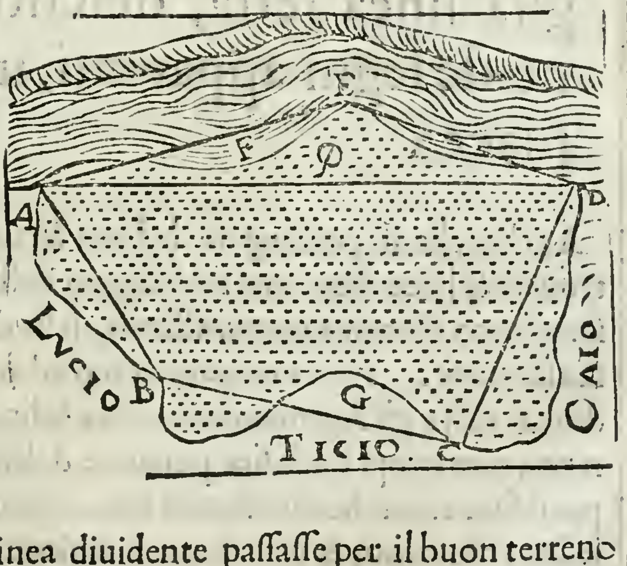
Cap. V.

DOPPOI che nel detto rettilineo habbiamo ritrouato il luogo da tirare le linee diuidenti; è necessario, nel primo dissegno dell' alluuione, applicare le medesime linee, & poi con la pratica tirarle nel terreno dell'alluuione. Ma, perche ciò non si può fare senza la compensatione tanto necessaria, tal volta con l'acrescere, & tal uolta col scemare, che sẽza lei saria impedita la principale intention nostra di asignare proportionatamente à tutti la lor parte; per questo porremo la prima dimanda della detta compensatione, alla quale, sendo bisogno il potere protrahere le linee rette sopra il terreno dell' alluuione, massi-

mamente per venire all'effetto, & alla pratica della diuiſione: perciò porremo la ſeconda Dimanda del protrahere le dette linee, e l'una, e l'altra, ci ſeruirà per applicare le linee diuidenti alla ſteſſa Alluuione.

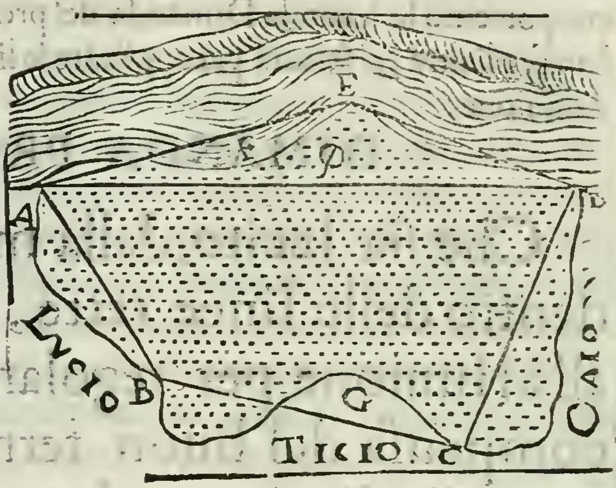
DIMANDA PRIMA.

Che ſia lecito, dalla miſura già fatta dentro delle linee rette, tirate attorno all'alluuione, per regolarità, potere, in ricompenſa del buon terreno, e del fiume nella diuiſione, detrahere dall'vno, & aggiungere all'altro de gli intereſſati, ſecondo il biſogno; il quale agguaglia le proportioni delle loro fronti.



Come ſaria per eſſépio, che foſſe l'alluuione A B C D E, dentro dalla linee rette AB, BC, CD, DE, EA, & che vi foſſe cópreſa per eſſempio la portione del fiume F & la portion del buõ terreno G, di Titio; Adimandiamo di potere detrhaere nella diuiſione, in caſo, che la linea diuidente paſſaſſe per il buon terreno di eſſe Titio, tanta alluuione della ſua, che ricompenſi Caio di quello, che gli conuiene nella ſua portione: perche è ſtato detto nella terza Dimanda, che il buon terreno di Titio, ſarà riſeruato nella di

uisione; & similmente di potere aggiungere à Titio, se per caso la linea diuidente terminasse nella portione F del fiume, tanta alluuione di Lutio, che lo ricompensi, & à Lutio resti quello, che à lui sia bastèuole, secondo la proportione della sua fronte; che così vuole il giusto vniuersale.



II.

Che sia lecito di prolongare qualsiuoglia linea retta, descritta nell'alluuione de segni apparenti, in qual parte ne piace.

Anchorche il porlongare le linee serua Geometricamente, per trouare le linee diuidenti sul dissegno dell'alluuione; nondimeno serue anco Geodicamente, all'atto, della diuisione del terreno d'essa alluuione. Però non paia strano ad alcuno Interessato, se vedrà tal volta gli Agrimensori, tirare le linee sopra il suo buon terreno, ouero sopra alla sua portione dell'alluuione, e tal volta sopra il fiume: perche questo non sarà, se non per trouare il luogo delle linee diuidenti, & per asignarli intieramente la portione; che se li deue.

De i Casi delle alluuioni d'vna sola ripa. Cap. VI.

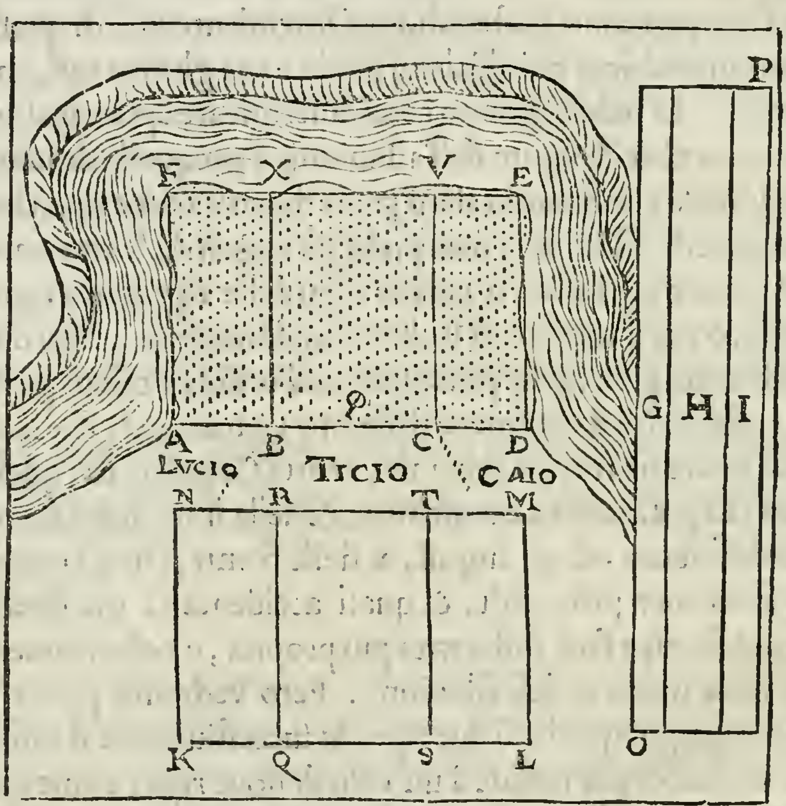
E Tempo, che veniamo à quello, per il che molte cose habbiamo supposto; cioè, alla dimostratione di molti casi, che possono occorrere nell'alluuoni, i quali casi, anchorche siano infiniti, secondo che hanno differenza, quasi in infinito: Nondimeno di tanti eleggeremo quelli, che à noi parranno basteuoli à far' intendente vno di questa professione; rimettédoci poi all'altrui giudicio ne gli altri casi, che non porremo. Et perche ponno i casi diuersificare; principalmente, ò per la varietà delle figure dell'alluuioni, ò per quella del numero, & positioni de'confinanti; ouero per la diuersità delle ripe, che confinano con esse alluuioni; ouero, che gli angoli delle ripe siano intrinsici; ouero estrinsici, ò perche i lati delle ripe siano vguali, ò disuguali; ò per il transito della linea fondamentale. Noi dunque ci prenderemo per regola principale dell'ordine nostro quella differenza, che nasce dal numero delle ripe; parendoci, che la diuersità delle figure sia troppo generale, e tutta Geometrica; quelle del numero, & positioni de'confinanti, & della linea fondamentale, & della differenza, de gli angoli, & delle fronti, che gli comprendono, sono men principali, & quasi accidentali; ma quella del numero delle ripe sarà differenza più propria, e tolta immediatamente dalla materia dell'alluuione. Però vedremo prima i casi d'vna sol ripa, poi quella di due ripe, & successiuamẽte il caso di sei ripe: bastandoci poi passare à un caso di noue ripe, come quello, che contiene tutte l'operationi Geometriche, che conuengono in ogni caso di qualsiuoglia alluuione. In tanto auertiamo; che, alluuione d'vna sol ripa, si domandarà quella, che non sia angolosa, & quella si domandarà di due ripe, la quale hà due ripe regolate, che fanno vn'angolo, & successiuamente quella sarà di noue ripe regolate, nella quale saranno ripe, che produchino otto angoli. Douendo noi dunque mostrare l'alluuione d'vna sol ripa, porremo per essempio duo Casi; il primo sarà quello, doue la ripa, non

ſolo verſo il terreno, ma ancho la parte verſo il fiume, tutte regolate ſiano equidiſtanti. Il ſecondo ſarà quello, doue la parte verſo il fiume è diſuguale.

CASO PRIMO D'VNA RIPA SOLA.

del 2. Capo di queſto.

Sia l'alluuione ABCDEF d'vna ripa, la quale biſogni diuidere frà li tre confinanti, ſecondo la proportione delle fronti A B, di Lutio, BC di Titio, & CD di Caio regolati. Per la prima dimanda ſi



farà il diſſegno ABCDEF. Dopoi, per la ſecõda dimãda del medeſimo, tiriſi da gli eſtremi di Lutio, & Caio verſo il fiume la linea φ, & per la terza regoliſi la figura col tirare dall'A alla B, & dalla B alla C, & dalla C alla D le linee rette, le quali in queſto caſo ſi fanno vna linea ſola con la linea φ, & finalmãte verſo il fiume; cioè, di D in E, di E in F, & di F in A. Hora, per venire alla diuiſione di eſſo diſſegno, ſi farà il parallelogramino OP vguale alla quantità del terreno dell'al

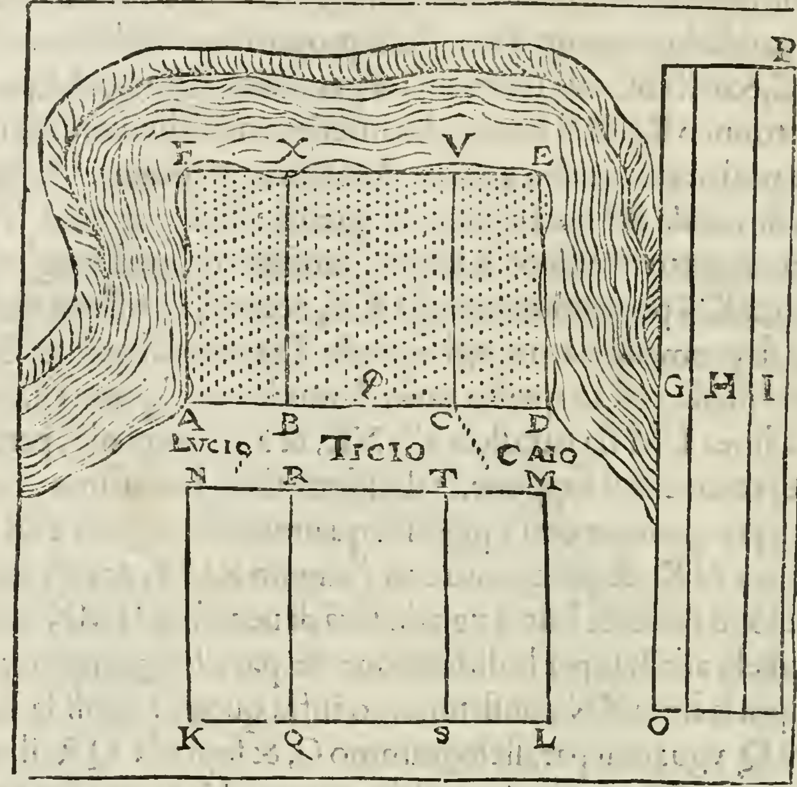
luuione dentro dalle linee tirate per regolarità; perilche si diuiderà detto parallelogrammo, secondo la proportione della fronte A B, alla BC, & della BC alla CD nelli tre parallelogrãmi G, H, I; poi si farà il rettilineo KLMN simile allo inscritto nell'alluuione, & similmente posto: ma ancho vguale al parallelogrammo O P. (per la prima dimanda del quarto capo di questo) onde porremo le linee diuidẽti in detto rettilineo KLMN, cauãdosi da qualsiuoglia pũto K la linea KN perpendicolare alla KN, accioche si osserui quel tanto, che fu promesso da noi nel secondo Trattato al quinto Cap. la quale è l'istessa NK in questo caso; di modo che si potrà essaminare, se la linea L M sia parallela alla NK, & ancho vguale, perche se la fosse, come ella si suppone, la diuisione saria facilissima; nondimeno si può prouare così; piglisi la quantità dell'angolo NKL, & della linea N K, & paragonisi con l'angolo KLM, & con la linea LM, se sono l'vno, & l'altra vguali, sarà di necessità la MN vguale, & parallela alla KL, per la diffinitione de' parallelogrammi; adunque sopra la linea KN constituiremo infra quegli angoli la superficie N Q vguale al parallelogrammo G, & sopra la Q R il parallelogrammo RS vguale al parallelogrammo H; il rimanente S M sarà vguale al parallelogrammo I; il rettilineo adunque KLMN sarà diuiso con le due linee Q R, ST, come bisognaua, per la construttione. Hora volendo lo Agrimensore diuidere l'alluuione, sarà l'operatione facilissima in questo caso; perche nel discorso, che habbiamo fatto, nel rettilineo simile allo inscritto, & similmente posto, & vguale al parallelogrammo OP, l'hauemo ritrouato essere de' lati equidistanti; perilche gli bastarà collocare lo squadro nel punto B confino di Lutio, e Titio ad angolo retto con la linea ⊕, & de lì guardando verso il fiume far segnare la linea BX diuidente fra Lutio, e Titio, & similmente lo porrà nel punto C confino di Titio, & Caio, & mirando verso il fiume farà segnare la linea diuidente CV tra Titio, & Caio: la quale alluuione si potrà dire essere diuisa, come si propone; percioche la figura KLMN, fatta simile à quella dell'alluuione è parallelogramma, & la superficie ADEF, ha l'angolo FAD vguale all'angolo NKL, & l'angolo FED vguale all'angolo NML: onde ne seguita, che gli altri angoli siano vguali à

Per la 4 proposi. del 5 Cap. del 4 Tratt.

2 Proposi. del 6 Cap. del 2 Trat.

4 Proposi. del 7 Cap. del 2 Trat.

gli



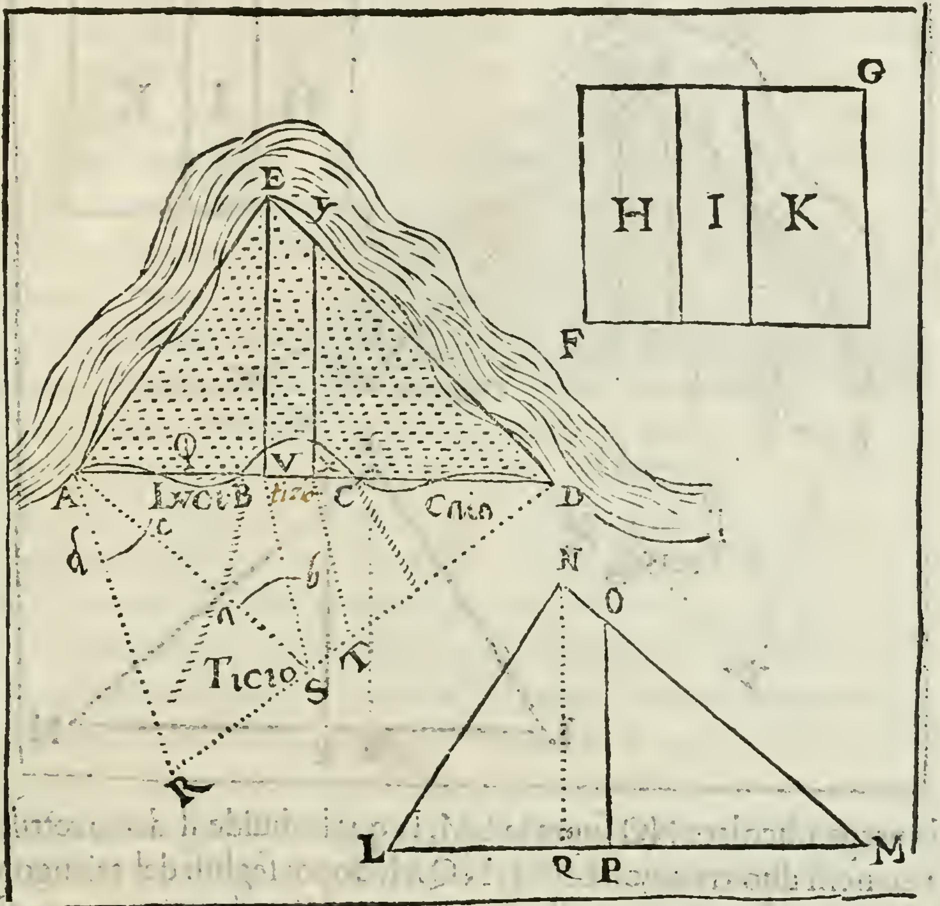
4.Tratt. gli altri, per la terza propositione del quinto Cap. Così tal proportione haurà F A B X, alla X B C V, come la fronte A B di Lutio, alla fronte B C di Titio, & la portione X B C V, alla V C D E, come la fronte B C di Titio, alla fronte C D di Caio: perche sono in vna medesima altezza, & fra linee parallele, per la prima Dimanda del secondo Capo del quarto Trattato. Adunque l'alluuione sarà compartita, come si richiedeua.

Il presente Caso s'haueria potuto risoluere con meno ragionamento; ma, accioche si conosca l'ordine, che si debba tenere nel dimostrare ogni diuisione di qualsiuoglia Caso, siamo incorsi in tanta lunghezza: la quale si giudica nondimeno gioueuole nei Casi più composti allo Agrimensore.

CASO II. INEGVALE VERSO IL FIVME.

Sia l'alluuione ABCDEF d'vna sol ripa, diuersa della preceden

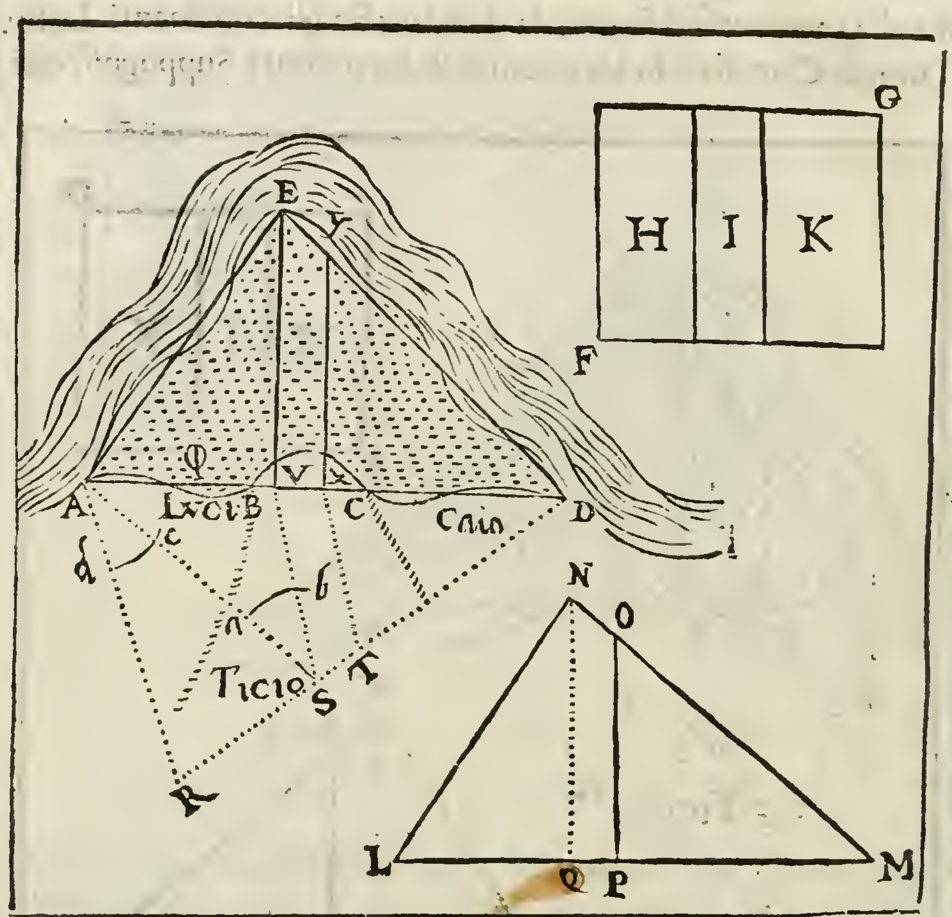
te nella parte verso il fiume, da diuidersi fra gli confinanti Lutio Titio, & Caio, secōdo le ragioni delle loro fronti. Suppōghisi che



sia fatto il dissegno, & in esso sia tirata la linea φ A D, la quale passi per li termini de i confini dell'vno, & l'altro confinante; & sia ancho regolata dalle linee AB, BC, DE, & EA, della quale se ne piglia la misura, per la prima Dimanda, & per la seconda facciasi il parallelogrammo F G vguale al terreno dell'alluuione: il quale sia poi partito nelle tre portioni H, I, K, secondo la proportione della fronte AB alla BC, & la BC alla CD; & inoltre facciasi il rettilineo L M N simile, & similmente posto alla superficie ADE, ma vguale al parallelogrammo FG: ilche fatto, diuideremo esso rettilineo LMN nelle tre parti, che osseruaranno le ragioni l'vna con l'altra, come la H alla I, & la I alla K, & per far questo, tirisi dall'angolo N

5. Cap. di questo.

2 Proposi. 5 Capo. 4 Tratt.



la perpendicolare NQ ſopra la LM, la quale diuide il detto rettilineo nelli duo triangoli LNQ, NQM; dopoi ſeghiſi del triangolo LNQ vna ſuperficie vguale alla portione H, per la prima propoſitione del ſettimo Capo, la quale ſarà in queſto caſo la medeſima N QL vguale alla portione H, & dal triangolo NQM tagliſi vna ſuperficie vguale alla portione I, cõ vna linea equidiſtante alla NQ, per la medeſima propoſitione del ſettimo Capo, ſarà la ſuperficie quadrangola NQPO vguale alla portione I. Onde, ſe dal triangolo LNM ſono ſegare, le due portioni LNQ, & NQ PO vguali alle due H, & I, ſeguitarà, eſſendo tutto il triangolo LNM vguale à tutto il parallelogrammo FG, che il triangolo POM ſarà vguale alla portione K, dunque nel rettilineo LNM ſi ſono ritrouati i punti Q,P, oue tirati le due linee QN, PO, lo diuidano, come ſi ricerca. Il diuidere poi l'alluuione infrà li tre confinãti ſi farà facilmẽte con la pra-

3. Proposi. 5. Cap. 2. Tratt. 4. Tratt.

tica Agrimenſoria; perche non occorre à far'altro, che in qualſiuo glia dell'vno de gli eſtremi della linea φ, come nella D, porre lo ſqua dro, come ſi ſia, & iui guardando per li traguardi far'ſegnare la linea DR. Hora per più facilità, ſia lunga come la LM, & notinuiſi DT vguale alla MP, & TS alla PQ, & la RS rimanente, alla LQ rimanente. Poi per più commodità collochiſi lo ſquadro nel punto A, & de lì guardando veggaſi R, & facciaſi notare la linea AR, & girando lo traguardo, miriſi S, & ſegniſi la linea AS; Hora biſogni, che da eſſo punto ſi tiri la linea SV equidiſtante alla AR, che ſeghi la linea φ, come dire nel punto V, anchorche io credo, che queſto à groſſo modo lo faria ogni meno che mediocre Agrimenſore; nō dimeno moſtraremo di eſſequirlo breuemente. Pigliſi vn Compaſſo Geodico, ò vogliam' dire Randelo: il quale ſi accommoda con vn capo nel punto A, & con l'altro giriſi in guiſa, che deſcriua ſul terreno l'arco DC, il quale ſeghi la linea AS nel detto punto C; poi riponghiſi il detto Compaſſo nel punto S, & deſcriuaſi l'arco AB vguale al DC, nel punto C, & ponghiſi vn ſegno, il quale ſia veduto, ponendo lo ſquadro nel punto S, paſſando i raggi ſino alla linea fondamentale, & lì ſegniſi la V, & con il medeſimo modo ſi ſegnarà nella detta linea φ il punto X: onde la linea AD non diuiſa ſarà ſegata, come la diuiſa DR; perilche ſi porrà lo ſquadro ad angolo retto con la AD nelli pūti V, & X, & ſi farà ſegnare le linee VE, & XY: le quali ſaranno quelle, che ſeparano l'vno, dall'altro confinante. Poiche la linea φ AD è diuiſa nelli duo punti V, & X, che ſtanno nella proportione con eſſa linea AD, come fanno li duo QP con la linea LM; la proportione dunque ſarà dalla portione AVE, alla portion VEYX, ſi come dalla portione LNQ alla portione QNOP, & per cōſeguenza dalla H alla I: & dalla portione VEYX alla portione XYD, così come dalla portione QNOP alla POM, & per conſeguenza dalla I alla K. Adunque, ſe il parallelogrammo FG vguale al terreno dell'alluuione è diuiſo ſecondo la proportione delle fronti, ne ſeguitarà, che dalla portione AVE di Lutio, alla portione VEYX di Titio, ſarà ſi come dalla frōte AB, alla fronte BC, & dalla portione VEYX alla portione XYD di Caio, come dalla fronte BC, alla fronte CD, il che biſognaua.

2 Propoſi. del 4 Cap. del 4 Tratt.

Nondimeno è d'auertire, che altri casi s'hauriano potuti proporre d'vna sol ripa, i quali fossino di più angoli verso il fiume ma perche non hauemo ancho mostrato, come si diuida quelle di più ripe, ciò lasciaremo; pensando, quando s'hauerà intesa la diuisione di quelle, che suppliranno in loco di questi.

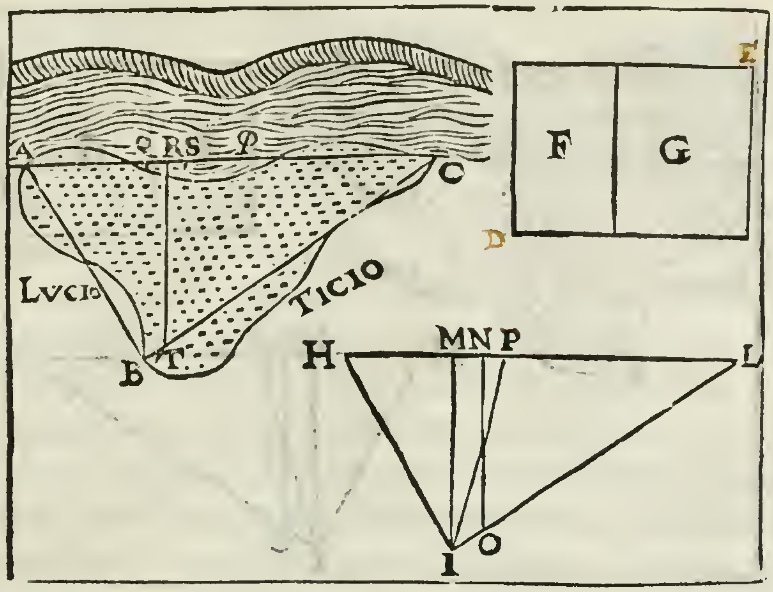
De i Casi di due ripe. Cap. VII.

QVELLE alluuioni, che sono di due ripe, ponno hauere molti casi; ma noi ne porremo quattro solamente percioche; alcuni sono di duo & alcuni di trè, ò più confinanti; quelle adunque, che sono di duo ponno variare della diuersità dell'angolo; percioche chi haurà l'angolo intrinsico, e chi l'haurà estrinsiico; cioè, intrinsiico al terreno de câpi, ouero estrinsico al medesimo terreno. Ma quei casi, che sono di trè confinanti, variano dalla positura di essi; essendo che alcuna volta saranno posti duo confinanti nel lato destro, & vno nel sinistro; & alcuna volta ne saranno duo nel sinistro lato, & il terzo nel destro, il qual caso si potrà variare mediante la differenza nata dalla linea fondamentale; la quale, ò passara dietro al fiume, ouero per mezo dell'alluuione: e se bene potesse la detta linea fondamentale passar tal volta per mezo il fiume, & di là dal fiume; nondimeno riseruiamo a parlarne in altro caso, &se mi si dicesse, che, dalla diuisione proposta, nascono cinque casi, e non quattro, i quali habbiamo promesso; dirò, che, attendendo io alla breuità, taccio quel caso di trè confinanti, duo de quali sono nel sinistro lato, e la linea fondamentale drieto al fiume, come quello, che si manifesta parte del caso antecedente, & parte del conseguente.

Caso primo, di due confinanti, che hà l'angolo intrinsico.

Sia l'alluuione ABC di duo confinanti Lutio, e Titio, & habbia L'angolo B intrinsico; la quale vegliamo diuidere, secondo la pro

portione

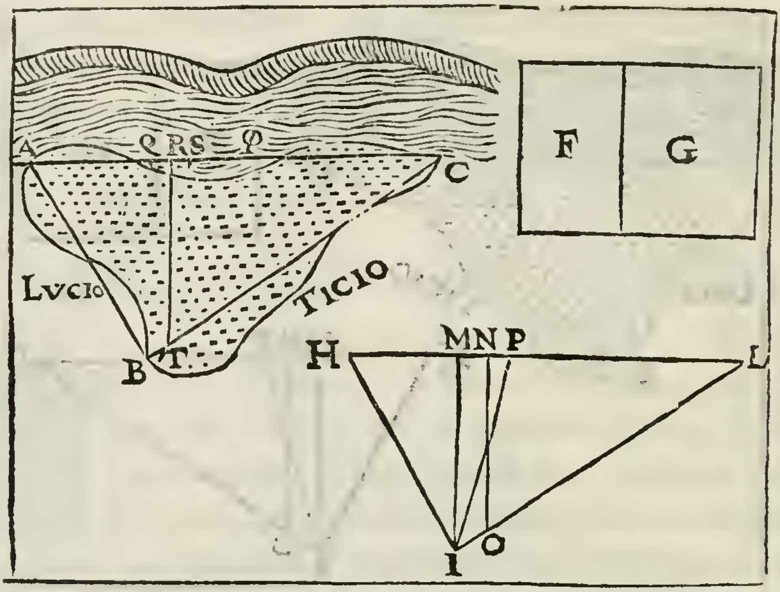


portione delle lor fronti regolate; per la secōda dimanda facciasi il parallelogrammo DE vguale al terreno dell' alluuione dentro delle linee rette, il quale diuidasi nelle due portioni F G, talmenre che habbino l'vna & l'altra la proportione, che si troua dalla fronte AB; alla fronte BC; poi facciasi il rettilineo HIL simile allo inscritto nell'aluuione, & vguale al qarallelogrammo DE, & questo prima lo diuideremo anch'egli secondo la proportione delli duo lati HI, & IL; & ciò si potrà fare in varij modi; nondimeno ellegeremo questo per il più facile, tirandosi dal punto I la IM perpendicolarealla HL,e, se questa diuiderà la HL in due parte vguali, si haurà quelche si ricerca; ma, se sarà ineguale, bisognarà far altro discorso; perche trouaremo l'eccesso trà il triangolo HMI, & il parallelogrāmo F, il quale si salua Dopoi, per la prima propositione del 7 Cap. si sminuirà il triāgolo IML di tanta quantità quāta è la differenza già saluata con le linea ON equidistante alla IM; dunque, la superficie IMNO, insieme con il triangolo IHM, sarà vguale alla superficie F, per la costruttione; & il triangolo NOL vguale al parallelogrammo G, la linea diuidente dunque sarà la ON: per prouare questo, tirisi la linea IP, in guisa che diuida l'angolo H I L in due parti vguali. Onde la proportione del lato H I al lato IL sarà come dalla parte della base H P, alla parte della base P L, per la

del 3 capo.

3 Proposi. del 5 Cap. 2 Tratt.

2 proposi. 6. Cap. del 4 Tratt.



prima parte della 3 propositione del 6 libro d'Euclide; se adunque la proportione dalla HP, alla PL e'come dalla HI alla IL, ne segue che quella del triangolo HIP sia la medesima del triangolo IPL: per che sono nella medesima altezza: dunque, il triangolo IPL, sarà vguale al triangolo O N L, & per conseguenza alla superficie G. Onde la linea O N è la diuidente, come si richiede.

1 Dimanda del 4 Tratt.

Con la regola data nel precedente caso, si diuiderebbe l'alluuione, diuidendo la linea φ A C nella proportione, che si ritroua dalla HN, alla NL, & da esso punto della diuisione, tirando la linea diuidente perpendicolare, ad essa AC: ma questo punto uia più facilmente si ritrouarà con la pratica de' numeri, in questo caso. Io dico in questo caso; perche ne gli altri, che seguiranno forse sarãno più difficili per essere più composti, & perche ancho accade molte volte; che le linee diuidenti, & le parti della linea φ, doue elleno cadono, siano irrationali, non solamente nella lunghezza; ma anchora in potenza, come si vedrà nel terzo, & quarto caso di questo capo, praticato da noi con numeri per ritrouare i punti nella linea φ; oue debbono passare le linee diuidenti; ne i quali casi potranno conoscere quelli, che vogliono fare professione delle Mathematiche, quanto importa sapere l'Aritmetica speculatiua in assai operationi Geometriche, & quanto, la Geometria, nelli Aritmetici.

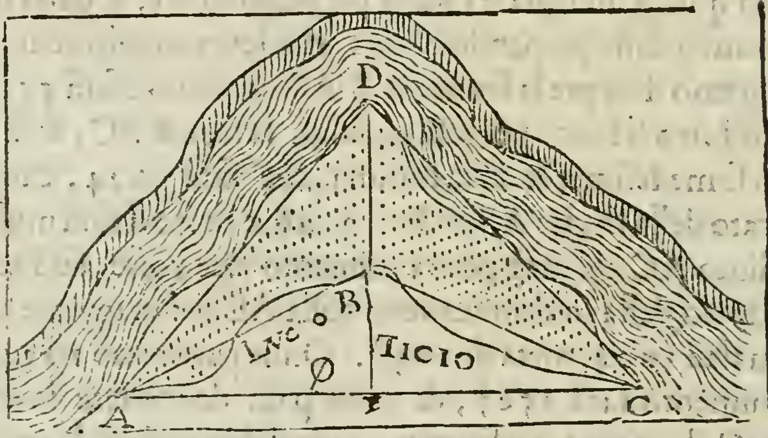
Dalla dimostratione fatta nel rettilineo H I L ci imaginaremo di voler ritrouare li trè punti nella linea φ, come sono li trè MNP posti nella linea H L, essendo che questo non può succedere, se non si hà notitia dell'vna; e l'altra fronte delli confinanti, & ancho della lũghezza della linea AC. Dũque porremo per essempio; che, la frõte di Lutio regolata, sia 24 passi, la BC di Titio 32, & la linea φ AC 40, nella quale vogliamo notare li tre punti. Prima trouisi in essa il maggiore, & il minore cadimento della perpendicolare, il che sarà facile, per essere manifesto, nella 13 propositione del 2 libro d'Euclide, che il quadrato del lato, che risguarda l'angolo accuto è tanto minore, della somma delli quadrati degli altri duo lati, che circõdano detto angolo accuto; quanto è la multiplicatione fatta due volte da vno de i lati, che sono intorno à detto angolo; cioè, da quello, nel quale cade la perpendicolare, & dalla linea presa di dentro dalla perpendicolare verso detto angolo acuto. Multiplichiamo dunque la fronte A B in se medesima farà 576, & questo prodotto si salua: poi multiplichisi la fronte BC, & la linea φ. AC in se medesime, & dalla somma, che sarà 2624, cauisi 576, quadrato della fronte AB, restarà 2048, e tanto si farà multiplicando la linea AC nel maggiore cadimento due volte; sarà adunque, il prodotto della multiplicatione della AC nel maggiore cadimento vguale à 1024, metà di 2048. Onde partiremo 1024 per 40, l'auenimento sarà 25 e $\frac{3}{5}$, & tanti passi deue essere lontano dal punto C il maggior cadimento; oue debbe cadere la perpendicolare, & iui si segni Q. Diuidasi anchora la linea AC 40, in tal due parti, che l'vna all'altra osserui la proportione, che hanno le due frõti AB & BC, & si trouarà per il 13 Cap. del 3 Trattato vna parte essere 22 e $\frac{6}{7}$; & l'altra 17 $\frac{1}{7}$. oue si segna il punto S lontano dal C passi 22 e $\frac{6}{7}$, & volendo ritrouare il terzo punto, multiplicisi la QC 25 e $\frac{3}{5}$ nella S C 22 $\frac{6}{7}$ & la rad. quadra del prodotto 585 $\frac{1}{7}$ segnisi il punto R lontano del punto, C, il quale è quello, oue deue passare la linea diuidente; per il che verrà a essere la CR meza proportionale in frà la QC, & la SC (per la prima propositione del 5 Cap.) così s'haueranno segnati li trè punti QRS nella linea φ alla similitudine delli tre, posti nella linea HL. Di modo che ponẽ- 4. Tratt.

do lo

do lo ſqua. nel punto R ad angolo retto con la A B, & miriſi nella fronte B, ſegnandoſi la linea R T, verrà ſeparato Lutio da Titio, come ſi propone; percioche, ſe la proportione della C S alla S R, è come dalla LP, alla P N, per la ſimilitudine delle due figure ABC, & HIL, la proportione ſarà dalla T R alla RC, come dalla ON alla NL. Onde la portione TRC, ſarà quella, che conuiene à Titio, & la ortione A B T R à Lutio, come biſognaua.

Caſo ſecondo di duo confinanti, i quali hanno l'angolo eſtrinſeco al terreno.

Sia l'alluuione ABCD da diuiderſi trà li duo cõfinãti Lutio, & Titio, che hãno le frõti AB, & BC regolate, le quali cauſano l'angolo

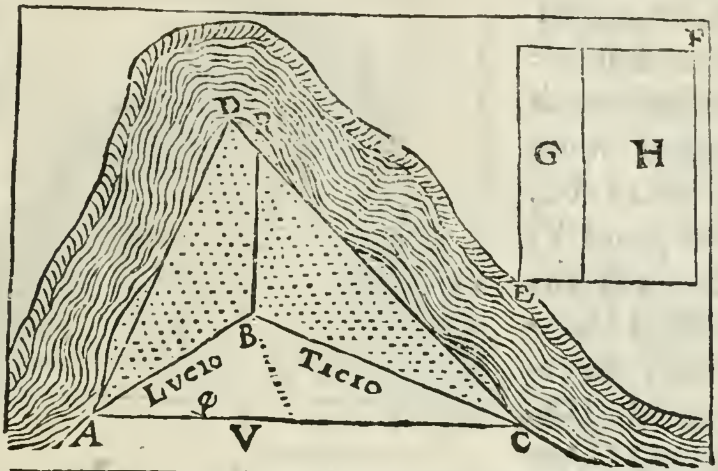


B eſtrĩſeco; per il che tirãdo la linea ⌀, dalli eſtremi delli cõfinãti, paſſa per il buõ terreno; Dopò regoliſi verſo il fiume AD, & DC: Onde, ſe le fronti de confinanti, & quelle che riſguardano il fiume; ſarãno vguali, la diuiſione ſarà faciliſſima, perche non accaderà prendere altre miſura, nè far' altro rettilineo ſimile, nè ſimilmente poſto: atteſo che baſtarà diuidere l'angolo ABC in due parti vguali, ouero la linea A C, nel punto E, & iui porre lo ſqua. ad angolo retto con eſſa AC, & guardiſi per il punto B, ſcorrendo con i raggi uiſiui nel punto D, termine del fiume, & ſegniſi la linea retta EBD, la quale ſarà la diuidente frà Lutio, & Titio: perche ſe i lati ſono vguali l'angolo CED è vguale all'angolo AED, & l'angolo ECD vgua-

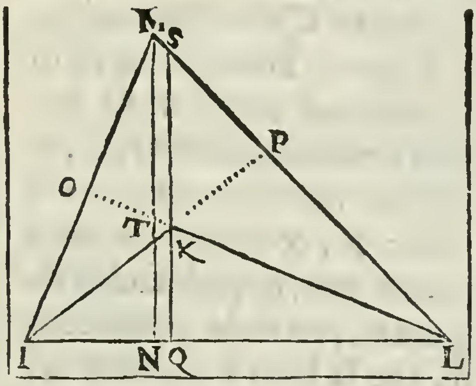
4 Propoſi. 4 Cap. 2 Tratt.

le al-

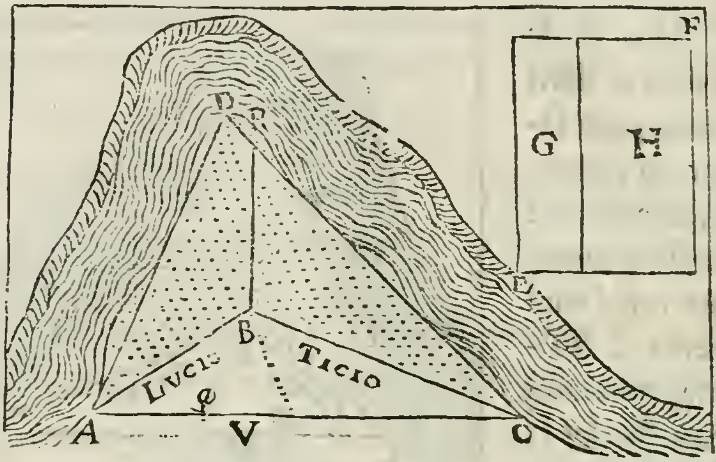
le all'angolo EAD, & il rimanente al rimanente, gli due triangoli AED, CEP saranno vguale, per la 6. Dignità. Adunque l'alluuione A B C D è compartita come bisognaua. *1. Dignità del. 3. Cap. 2. Trattato.*



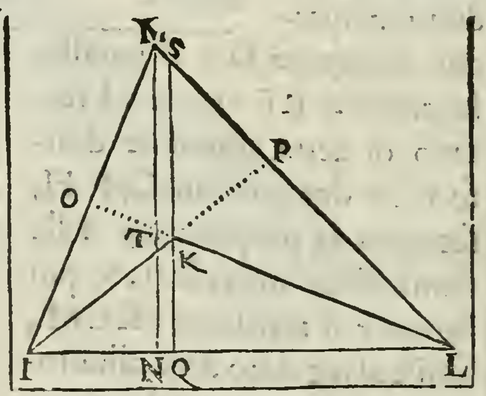
Ma se le fronti de detti confinanti saranno inegua li, & anchora le linee tirate per regolarità verso il fiume, non sarà così facile la diuisione; perche bisognarà fare il parallelogrammo E F vguale al terreno di detta alluuione diuiso nelle due portioni G, & H, secondo la proportione delle fronti d'essi interessati, & poi formare il rettilinio I K L M, simile al regolato della alluuione, & similmente posto, & ancho congiungere gli punti I & L con la linea I L, simile alla ⌀ onde per collocare la linea diuidente dal punto M, facciasi cadere la linea M, perpendicolare sopra della I L, segando la I K nel punto T: poi prolunghisi la linea L K nel punto O, segando la linea M N nel punto T, per il che si forma il triangolo M T L, del quale se ritroua l'eccesso con il parallelogrammo H, il quale eccesso si salua: poi, sendo maggiore il triangolo M T L della portione H, si sminuirà detto triangolo M T L di tanta quantità quanto è l'eccesso già saluato con la linea S K equidistante alla M T prolungata nel punto Q. dico adunque, la linea Q S essere la diuidente, & che il triangolo L K S e vguale al pa- *3. Propositione del 5. Cap. del 4. Trattato.*



rallelogrammo H. per la construttione; il quale essendo vguale al detto parallelogrammo ne segue, che il trapezio M I T K S; sarà ancho esso vguale al parallelogrammo G, come sì richiede.



Onde, volendo l'Agrimensore diuidere l'alluuione, diuiderà prima la linea φ AC, nel punto V, di modo che dalla A V, alla V C sia come dalla I Q alla Q L, per il secondo Caso del precedente Capo. Dunque porrà lo squadro nel punto V ad angolo retto, con la linea A C, & de lì si mirarà sino al fiume nel punto R, & iui noti la linea retta V B R, la quale sarà la diuidente, percioche prouandosi, che la linea φ sia diuisa nel punto V con la medesima proportione, che la linea I L ne seguitarà, che la linea diuidente V B R separarà Lutio da Titio, & la proportione dal quadrangolo A B R D al triangolo B R C sarà come dalla fronte A B alla B C, come si è proposto.



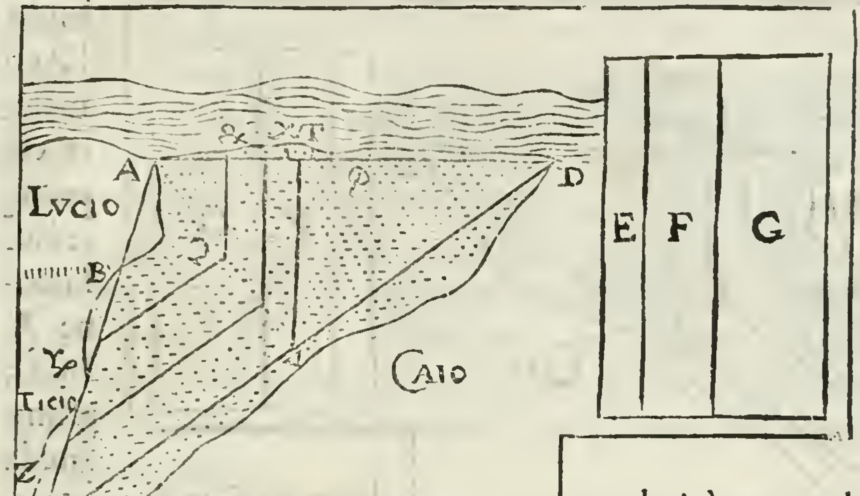
Caso terzo, de tre confinanti duo dei quali sono nel sinistro lato.

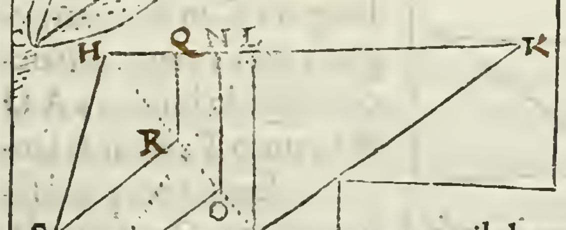
Sia l'alluuione A B C D, da compartire trà gli tre confinanti; duo dei quali sono nel sinistro lato; con la proportione delle loro fronti regolisi la figura con le linee AB, BC, CD, & DA, nella

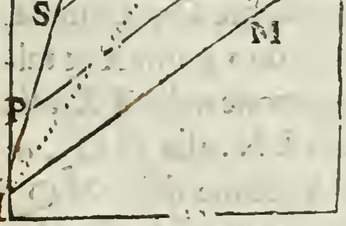
quale

quale figura tirisi la linea ⌀ A D, poi facciasi il parallelogrammo E F G, vguale al terreno d'essa alluuione, il quale compartiscasi nelle tre portioni E F G secondo le proportioni di dette fr onti, & in oltre facciasi il rettilineo, HIK, simile à quello dell'alluuione per regolarità, & vguale à detto parallelogrāmo, nel quale rettilineo, si collocaranno le linee diuidenti in guisa che lo compartischino, come il detto parallelogrammo E, F, G.

4. Propositione del 4. Cap. del 4. Trattato.







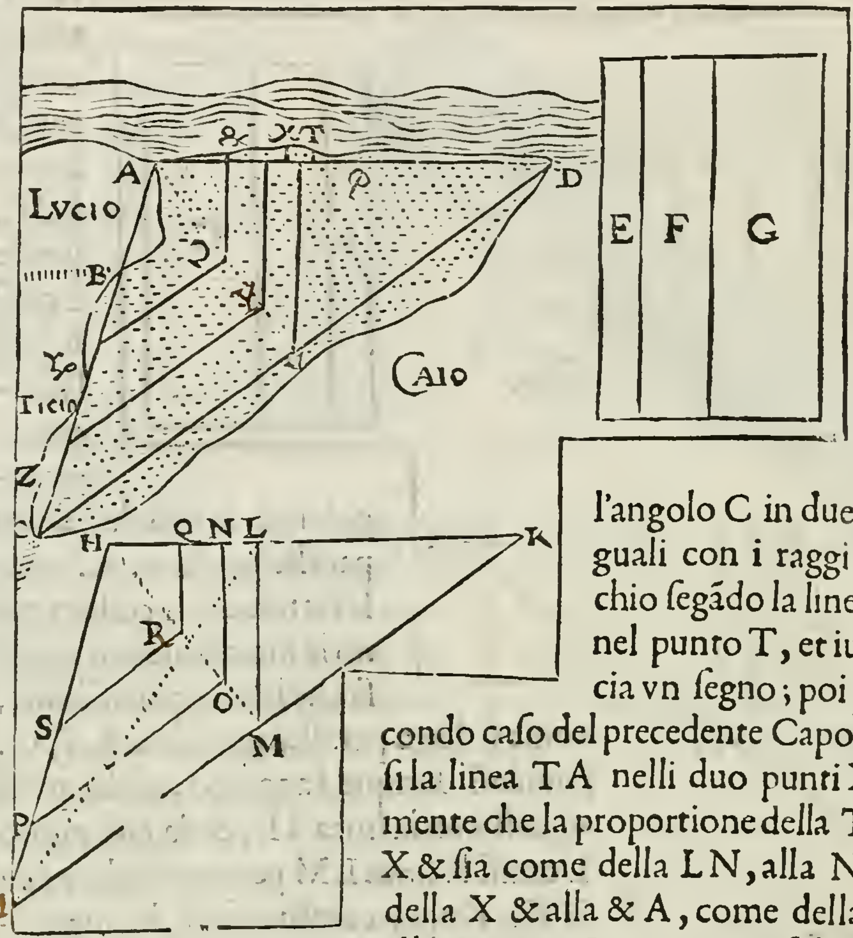
Diuidasi dunque l'angolo I, in due parti vguali con la linea I L, & da esso punto L cauisi la linea L M perpendicolare alla H K. Dopoi constituiscasi la superficie HPON, simile alla superficie HIML, & vguale alli due parallelogrammi E & F, per la terza propositione del quarto Trattato, & per la medesima, nel medesimo angolo H constituischasi la superficie HQRS vguale al parallelogrāmo E; adunque il terapezio K N O P I sarà vguale al parallelogrammo G, di modo, che tal proportione sarà dal quadrangolo H Q R S alla superficie S R Q N O P, come dalla portione E, alla portione F, & come dalla superficie SRQNOP alla NOPIK, così dalla portione F alla portione G, per il terzodecimo capo. Per l'vguale proportione adunque; La proportione dalla prima superficie

4. Propositione del 4. Cap. del 2. Trattato.

1. Propositione del 3. Cap. del medesimo.

3. Trattato.

SRQH, alla ſuperficie PONKI ſarà come dalla prima portione E alla portione G: Onde il rettilinio HIK ſarà diuiſo dalle due linee QRS, & NOP, come conueniua.



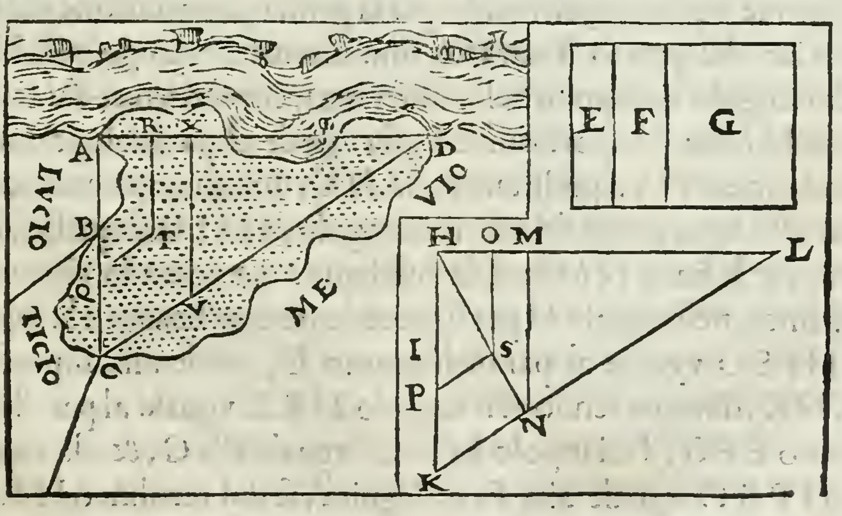
Volendo l'Agrimēſore cōpartire l'alluuione ABCD; prima diuida l'angolo C in due parti vguali con i raggi dell'occhio ſegādo la linea φ AD nel punto T, et iui ſi faccia vn ſegno; poi per il ſecondo caſo del precedente Capo, diuidaſi la linea TA nelli duo punti X & talmente che la proportione della TX alla X & ſia come della LN, alla NQ, et della X & alla & A, come della NQ alla QH. Dopoi pongaſi lo ſquadro nel punto I ad angolo retto con la linea φ, & miriſi tanto lontano, che ſi vegga la fronte regolata di Caio CD, et doue ſega il raggio viſuale, ſi faccia il ſegno V; et nelli duoi punti X & riponghiſi lo ſquadro, ſimilmente ad angolo retto con la linea φ guardando per l'alluuione, et faccia notare le due linee XY, & ?, dopoi nell'angolo A collochiſi lo ſquadro; et de lì miriſi il punto V, et doue i raggi dell'occhio ſeghano le due linee XY & ?, ſi ponghino gli ſegni ? Y: et finalmente traportiſi lo ſquadro nelli duo punti Y, & ?, et de lì ſi miri in modo, che ſi vegga

la fronte B, C, con questa conditione, che i raggi siano equidistanti alla CV, et faccinsi segnare le due linee YZ, et ? ₰, le quali linee ZYX, et ? ₰ &, dico che saranno le diuidenti, et sarà l'alluuione ABCD compartita frà gli tre confinanti, secondo la proportione delle fronti AB, BC, et CD: percioche l'angolo A è vguale all'angolo H, et il punto V de rimpetto allo A, è come il punto M de rincontro alla H; Adunque tale proportione è dalla linea XY alla & ? quale è dalla NO, alla QR, et dalla YZ alla ? ₰ come dalla OP, alla RS: Poiche la proportione della linea XYZ, alla & ? ₰ è come quella della linea NOP, alla QRS; seguitara ancho che la proportione della superficie A & ? ₰ alla superficie & ? ₰ ZYX, sarà come dalla fronte di Lutio, alla fronte di Titio, et dalla superficie & ? ₰ ZYX, alla superficie XYZCD, come dalla fronte di Titio alla fronte di Caio come era conueniente.

2. Caso del 6. Cap. di questo.

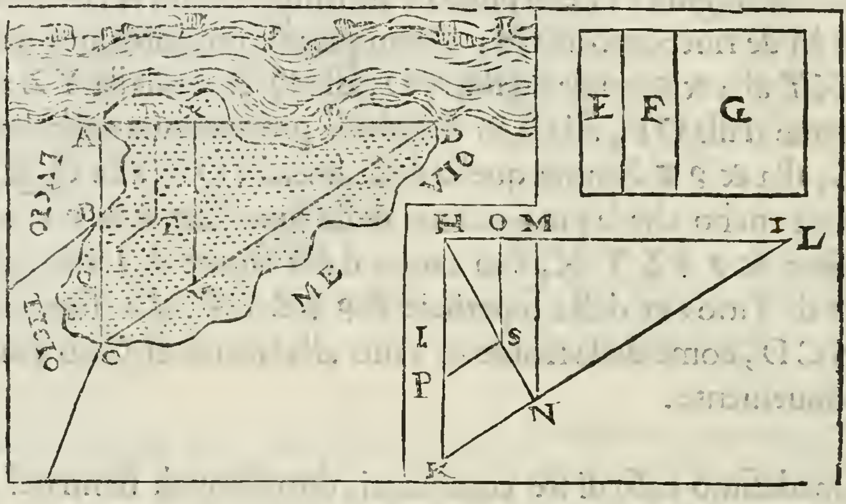
2. Prop. del 5. Cap. del 4. Tratt.

Il medesimo caso di tre confinanti, duo de quali siano nel sinistro lato, può esser figurato differente in questo, che l'angolo compreso dalla linea ⌽, & dalle fronti regolate dei detti duo confinanti del medesimo lato sia non ottuso, come è stato l'antecedente; ma accuto, ouero retto. L'uno, & l'altro modo di figu-



garlo riceue egualmente la diuisione buona; ma, per immitare Euclide, che dalla duodecima del secondo mostra il triangolo,

che hà l'angolo ottuſo,& nella decima terza moſtra quello,che hà l'angolo accuto; noi anchora habbiamo voluto porre prima l'uno, & poi l'altro modo, riſeruandoci ancho nell'ultimo queſto piu facile da eſſere moſtrato in pratica con numeri, che non è l'altro. Dunque poniamo, che nel rettilineo H K L ſimile all'in-

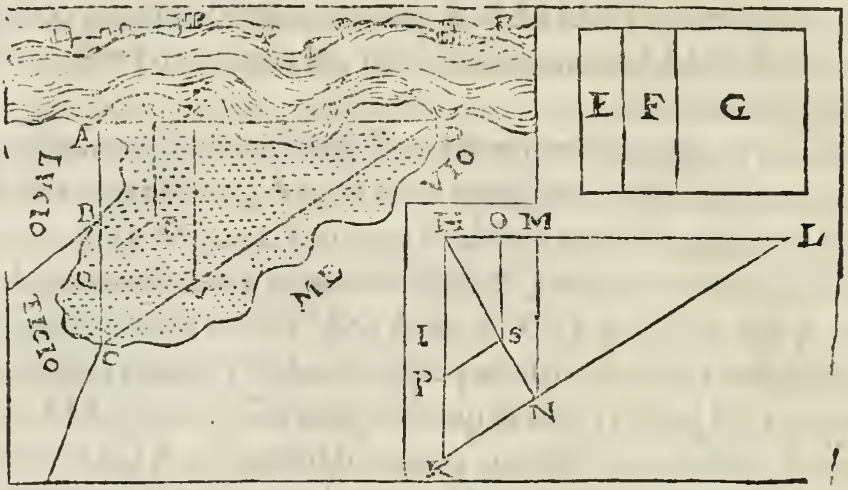


ſerito nell'alluuione A C D, ſi voglino applicare le linee diuidenti, per il primo di queſto capo tiriſi dal punto K la linea K H perpendicolare alla H I, che in queſto caſo è la ſteſſa K H, dunque il triangolo K I H, è rettangolo, hauendo l'angolo H retto: per la diffinitione de i triangoli: onde, per la prima propoſitione del ſet-
2.Trattato. timo Cap. del quarto Trattato, ſminuiremo il triangolo K I H, che il triangolo compreſo della differenza, che ſi ritroua dal triangolo K I H alle due portioni E F, ſia vguale al parallelogrammo G con la linea N M eqnidiſtante alla H K; dunque, operando con-
4.Trattato. forme alla detta propoſitione, il triangolo N M I ſarà quello, che ſi cerca, & la linea N M ſarà la diuidente. Et volendo ritrouare l'altra linea, nell'angolo H per il precedente conſtituiſcaſi la ſuperficie H P S O vguale al parallelogramo E, ſimile alla ſuperficie H M N K. dunque ſendo il triangolo H K L vguale al parallelo-
2.Dignità del.3.Cap. grammo E F G, il triangolo M N L vguale alla G, & la ſuperficie H P S O vguale alla E, ne ſeguirà, ſe dal rettilineo H K L, & dal parallelogrammo E F G ſe ne trarranno da quello le due ſuperficie H P S O, & M N L, & da queſto le due portioni

E G le rimanenti P S O M N K, & F. saranno vguali, & le due linee PSO, NM saranno le diuidenti, & così detto rettilineo sarà diuiso come si ricerca.

Onde l'Agrimensore esperto nell'Arithmetica speculatiua potrà trouare le distanze dei punti nella linea φ, & nelle ripe oue debbiano terminare le linee diuidenti; però cō la notitia d'esse ripe, ouero delle fronti particolari, & della linea φ, le quali ripe sono A C 6 cioè, A B 2, & B C 4, C D 10, & A D 8. Prima trouisi il maggiore, & minor cadimento della perpendicolare, ilche si trouarà per la pratica del primo Caso di questo Capo esser l'istessa A D il maggiore, & minor cadimento; perche il triangolo A C D è rettangolo; dunque il punto A è quello, oue deue cadere la perpendicolare; però diuidisi 8 in tale due parti, che l'una all'altra habbia la proportione che hà 5 à 3, delle quali si trouarà l'vna esser 5, & l'altra 3. & tale sarà la portione di Meuio al rimanente dell'alluuione; onde multiplicandosi la quantità di A D 8 nella parte maggiore 5 farà 40, & notisi la rad. quadra di questo prodotto nel segno X, lontano dal segno D. la onde cauisi la rad. 40 da 8 restarà la lunghezza della A X 8. men rad. 40, per volere anchora sapere la distanza del punto R al punto A, cōsiderisi la proportione di tutta la ripa AC, alla fronte A B, & quella si trouarà come da 3 à 1; onde diuidendo il quadrato di 8. men rad.40. in due parti tali, che osseruino la proportione da 3 à 1, quella se trouarà essere per auenimēto 34. $\frac{2}{3}$ men rad. 113.7. $\frac{7}{9}$, & la rad. vniuersale di questo è 34 $\frac{2}{3}$ men rad. 1137. $\frac{7}{9}$ & tale sarà la distanza dal punto A al punto R, & per sapere anchora il punto Q; diuidisi il quadrato di A C in due parti, c'habbino la detta proportione da 3 à 1; il che sarà 12, & per la rad. 12. segnisi lontano il punto Q dal punto A. Onde potrà secondo il costume porre lo squadro nelli punti R, & X, & mirando far segnare le linee X V, R T, perpendicolari alla linea φ, & la Q T. equidistante alla C V; per il che sarà diuisa l'alluuione secondo si propone: percioche la proportione del quadrato della ripa A B al quadrato della linea X V sarà come tutta l'alluuione alla portione X V D di Meuio, & per consequenza tutto il parallelogrammo E F G, alla portione G, & il quadrato della linea X V al

13. Cap. del 4. Trattato.

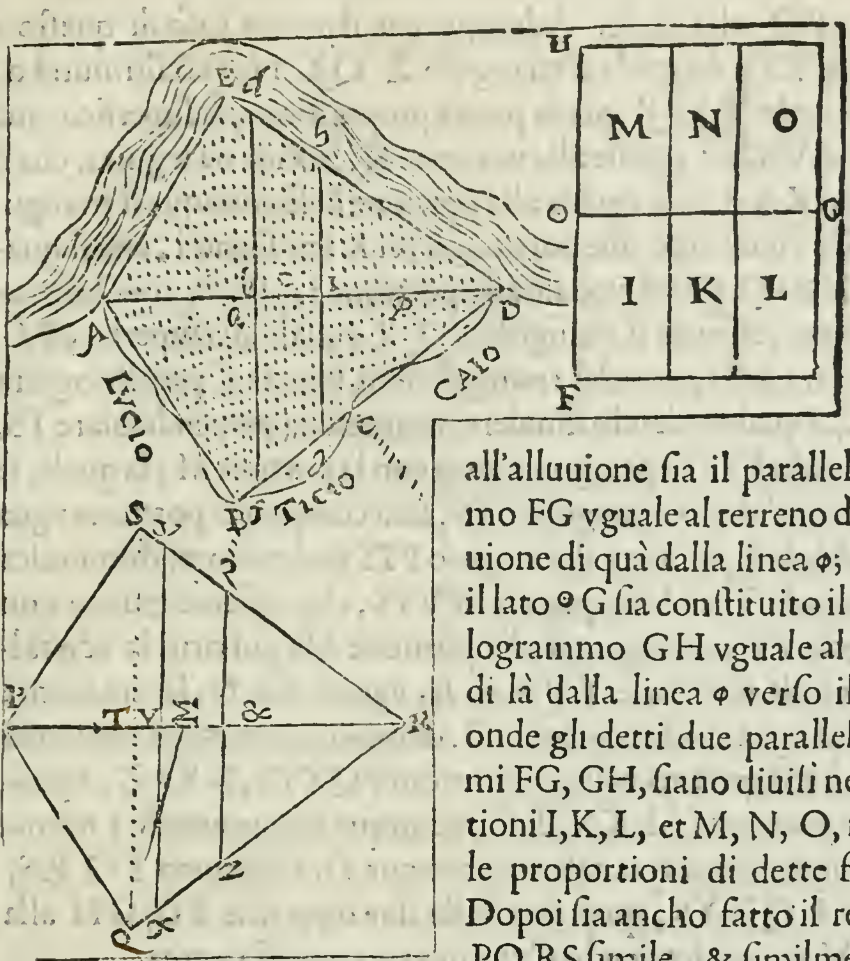


quadrato della linea R T, come il quadrangolo A C V X, alla superficie A QTR, & per conseguenza le due portioni EF, alla portione E di Lutio. Dunque la portione VXD alla superficie RTQCVX di Titio sarà come dalla portione G alla portione E, & per conseguenza dalla fronte CD alla fronte CB la linea adunque XV, RTQ saranno le diuidenti.

Et se egli non sarà essercitato in tali operationi Arithmetice, potrà notare vna linea dall'angolo A al punto V, come dalla H alla N, & operare, come fu detto, nel secondo Caso del precedente Capo, nella linea φ, che ne seguirà la medesima diuisione; hauendo ritrouati i punti, oue debbano terminare le linee diuidenti. Onde dalle operationi Arithmetiche si verificherà le Geometriche.

Caso quarto di tre confinanti, due sono nel lato destro, & la linea fondamentale passa per mezo all'alluuione.

Supponghisi l'alluuione ABCDE di tre confinanti, che due di quelli siano nel lato destro da compartirsi secondo il solito delle fronti regolati con le linee rette AB, BC, CD, & le parti verso il fiume DE, EA, & ancho con la linea φ A D, che passa per mezo



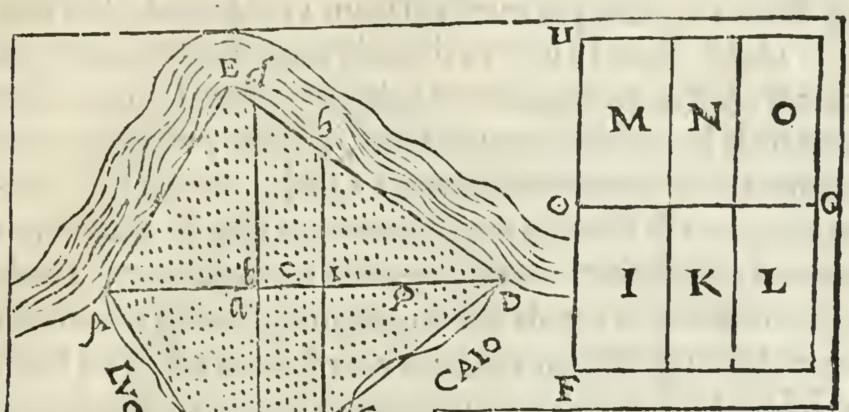
all'alluuione ſia il parallelogrammo FG vguale al terreno dell'alluuione di quà dalla linea φ; & ſopra il lato φ G ſia conſtituito il parallelogrammo GH vguale al terreno di là dalla linea φ verſo il fiume: onde gli detti due parallelogrammi FG, GH, ſiano diuiſi nelle portioni I, K, L, et M, N, O, ſecondo le proportioni di dette fronti. Dopoi ſia ancho fatto il rettilineo PQRS ſimile, & ſimilmente poſto à quello dell' alluuione, & vguale alli duo parallelogrammi FG, GH, la quale ſuperficie PQRS ſia diuiſa nelle tre portioni, che l'vna habbia proportione all'altra, come hà la IM, alla KN, & la KN alla LO. Prima congiunghiſi la PR con la linea ſimile alla φ AD, per douerſi tirare ſopra le linee diuidenti perpendicolari: dunque per la prima del ſeſto capo tiriſi la QT perpendicolare alla PR, poi ſeghiſi la PR nel punto Σ, che la pro- *3. Proposi. 4. Cap. del 4. Tratt.*
portione della PΣ alla ΣR ſia come dalla PQ alla QR: dopoi tro
uiſi la VR mezana proportionale frà la TR, & Σ R, & de li tiriſi la *1. Proposi. 5. Cap. 4. Tratt.*
VX equidiſtante alla TQ; Onde ſara formato il triangolo VXR vguale alle due portioni KL: percioche congiungendo la Σ Q il triangolo PQΣ al triangolo Σ QR, ſarà com'è d alla PΣ alla Σ R per la prima dimanda del quarto Trattato, ouero come

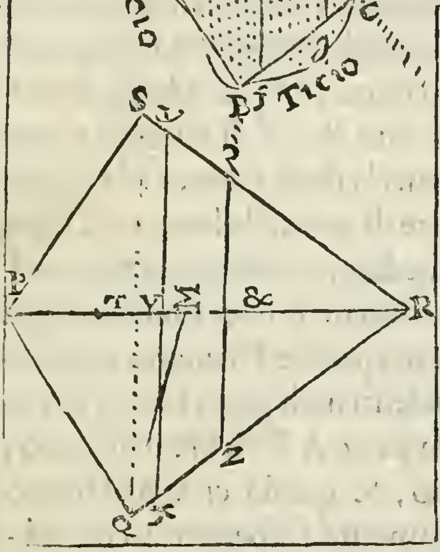
me dalla P Q alla Q R. Adunque per il primo caſo di queſto il triangolo VXR è vguale al triangolo ≷ QR. Hora ſi ſminuirà da eſſo triangolo ≷ Q R, per la prima propoſitione, la ſuperficie qua drangola VXZ& vguale alla portione K. Onde ne ſeguirà, che il triangolo Z & R ſarà vguale alla portione L: ſe adunque il triangolo VXR è vguale alle due portioni L, et K; ne ſeguirà, che il quadrangolo PQXV ſarà vguale alla portione I. Per la conſtruttione adunque, eſſendo il triangolo P Q R vguale alla ſuperficie F G. il ſimile ſarà della parte del triangolo PSR vguale al parallelogram mo GH, il quale volendo diuidere, tiraremo la perpendicolare TS, e il triangolo PTS lo paragonaremo con la portion M, la quale, ſe ſarà vguale al detto triangolo PTS, ſarà compita la portione vgua le alla I.M; & ſe per ſorte il triangolo PTS ſarà minore, diminuiſca ſi il triangolo TRS della quantità TVYS, che inſieme giunte con il triangolo PTS, ſi agguagli alla portione M; poi tiriſi la &? talmente, che la ſuperficie Y.V &?. ſia vguale alla N, la rimanente &? R ſarà vguale alla portione O: di modo che tutto il rettilineo Q R S, è compartito nelle tre portioni PQXYS, XY? Z, vguali alle tre portioni I M, KN, L O, adunque componendo i termini, per l'undecimo capo, tale proportione ſarà dal tutto P Q R S, alle parti P Q X Y S, qual ſarà dalle due ſuperficie F G, G H alla parte I, M,& così ſeguendo d'vna in vna, come ſi ricerca.

7. *Cap.* 4. *Tratt.*

Venēdo dūque all'atto della diuiſione dell'alluuione, baſterà prima trouar li tre pūti a b c nella linea φ, li quali ſi trouano (com'è detto nel primo caſo) con numeri per la notitia delle fronti, & della linea φ; anchora che in diuerſi altri modi ſi poſſa fare. Nondimeno ſupponeremo il medeſimo di detto primo caſo, che la fronte A B di Lutio ſia 24, B C di Titio 15, C D di Caio 17, & la linea φ AD 40. Per ſapere prima oue cada la perpendicolare ſopra della linea φ, multiplichiſi 24 in ſe ſteſſo, farà 576; anchora ſi multiplichi 32, e 40 in ſe medeſimi, faranno l'vno 1024, l'altro 1600, che giunti in vna ſomma, faranno 2624, de' quali tratti 576, reſtarà 2048, che diuiſo per il doppio di 40, ch'è 80, l'auenimento ſarà $25\frac{3}{5}$, & iui ſi ſegnarà a tanto lontana dal punto D. Dopò queſto, per trouare il punto C, diuidaſi 40 in due parti, che la proportione dell'vna all'al-

di queſto Cap.

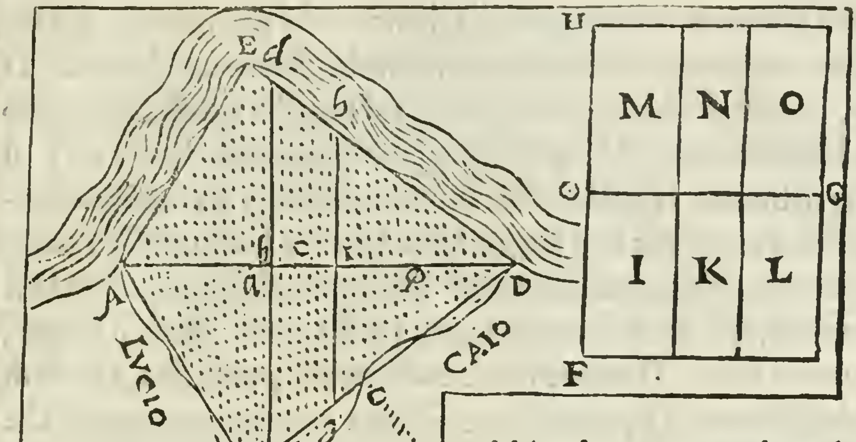


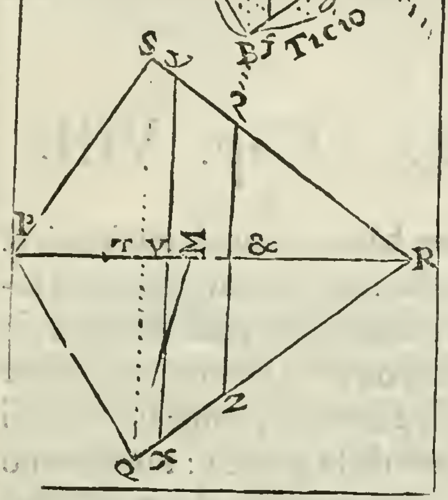


tra sia come da 24 à 32; il che si fa, come si disse nella seconda del 13 capo del terzo Trattato, & si segnarà il punto C lontano dal D, per $22\frac{6}{7}$, che multiplicato poi con AD $25\frac{3}{5}$, farà $585\frac{1}{7}$, & la radice quadra del prodotto si segni B lontano dal punto D; ma volendo anchora trouare il pũto I, per il quale deue passare l'altra linea diuidẽte, che separa Titio da Caio, trouaremo prima la quantità del triangolo A B a; ma bisogna sapere la lunghezza della perpendicolare, la quale si conosce multiplicandosi $14\frac{2}{5}$ in se medesimi, che fanno $207\frac{9}{25}$, & cauandosi da 576 quadrato di A B, resta $368\frac{16}{25}$, del quale resto se ne pigli la radice quadra, la quale è $19\frac{1}{5}$, & tanto è la lunghezza della perpendicolare. Hora, se vogliamo sapere la quantità del detto triangolo A B a, multiplicaremo $14\frac{2}{5}$ nella metà di $19\frac{1}{5}$ sarà il prodotto $138\frac{6}{25}$, & volendo la quantità anchora del triangolo A B D, multiplichisi detto $19\frac{1}{5}$ nella metà di $25\frac{3}{5}$, farà $245\frac{19}{25}$, che giu nti con $138\frac{6}{25}$, faranno 384, per la quantità del total triangolo a B D, & questa quantità si deue diuidere in tre portioni, che l'vna all'altra osserui la proportione delle dette fronti, le quali portioni s'haueranno mediante le regole date nella seconda propositione del 13 Cap. onde la portione di Lutio sarà $164\frac{4}{7}$, &

quella di Titio 102 $\frac{6}{7}$, & per quella di Caio 116 $\frac{4}{7}$; onde, se si caua 138 $\frac{6}{25}$ da 164 $\frac{4}{7}$, restarà 26 $\frac{58}{175}$, il quale resto con la portione di Titio farà 129 $\frac{33}{175}$: se vogliamo ancho ritrouare il punto doue debba passare la linea diuidente trà Titio, & Caio, vedremo qual proportione sia frà queste due quantità 245 $\frac{19}{25}$, & 129 $\frac{33}{175}$, ope-
4.Tratt. rando conforme alla seconda propositione del Cap. 8. trouaremo essere come da 896 à 471; cioè, di genere superpartiente; Onde operaremo secondo la regola del duodecimo Capo di trouare vn cõseguente alla lunghezza di a D, cioè a 25 $\frac{3}{5}$, com'è il 471 à 896, il quale sarà 12 $\frac{1}{7}$, & questo auenimento, di nouo lo multiplicaremo con 25 $\frac{3}{5}$, & farà 310 $\frac{6}{7}$, dal quale pigliaremo la rad. quadra, & tanto lontano si farà il segno i; oue si porrà lo squa. ad angolo retto con la linea φ, & mirando nella fronte BC de lì si segni la linea g, i, & riponendolo nel punto B, si miri la stessa fronte col far nota rea linea b f, & così sarà risolta la parte di quà della linea φ: Dapoi dall'altra parte di essa si terrebbe il medesimo ordine, di trouare li punti nella linea φ, oue douessino terminare le linee diuidenti, quã do non fosse vguale alla parte di quà; ma perche l'hauemo ritrouata vguale, prolongaremo le linee diuidenti nelli punti f & h, & così sarà diuisa l'alluuione; cioè, che la parte A B f b f sarà di Lutio, f b f g i h di Titio, & h i g D di Caio, & questa ci la passaremo senza altra ragione, facendone solamente l'isperienza con numeri, acciò ne venghino chiari quelli, che vogliono far proua in casa, perche gli Agrimensori son tenuti farla con la misura istessa.

Da noi dunque si è conchiuso, che la parte di quà della linea φ, sendo 384, che le portioni del compartimẽto, l'vna sia 164 $\frac{4}{7}$; quella di Titio 102 $\frac{6}{7}$, & di Caio 116 $\frac{4}{7}$: & le distanze, che sono da vn punto all'altro, oue passano le linee diuidenti dal punto D al punto b, rad. 585 $\frac{1}{7}$, & dal medesimo D alla i rad. 310 $\frac{6}{7}$, & volendo fare questa proua, bisogna sapere anchora quãte sono le lõghezze delle linee diuidenti, la quale sarà facile, mediante la regola cauata dalla 4 propositione del sesto libro d'Euclide, & si potrà così dire, se a D longa 25 $\frac{3}{5}$ hà sopra di se la perpendicolare longa 19 $\frac{1}{5}$, di che longhezza sarà quella, che stà sopra la b D, rad. 585 $\frac{1}{7}$, operando per la regola del 3, si ritrouarà essere 329 $\frac{1}{7}$, & la rad. di questo sa-





rã lõga la B F; con il medesimo ordine si ritrouarà la lũghezza di i g: la quale sarà rad. $174\frac{6}{7}$. Hauẽdo dũque note le due linee diuidẽti sarà facile il conoscere se la quantità interposta fra le dette due linee sia vguale a quella, che conuiene à Titio; perche sarà sufficiente à congiongere le due quantità in vna somma, & quella multiplicare per quella parte della linea fondamentale, oue elleno cadino, & del prodotto pigliarne la metà, & di quella estrahere la radice quadra: la quale sarà la quantità ricercata. Essempio, la linea b f è rad. $329\frac{1}{7}$, & la i g rad. $174\frac{6}{7}$: le quali giunte, fanno rad. $329\frac{1}{7}$, più rad. $174\frac{6}{7}$, & questa si multiplica per la b i; & perche la b i è parte della b D, cioè di rad. $585\frac{1}{7}$, farà bisogno cauare della detta b D la i D, acciò ne resti la b i; dunque cauisi i D; cioè, rad. $310\frac{6}{7}$ da rad. $585\frac{1}{7}$. restarà rad. $585\frac{1}{7}$ men rad. $310\frac{6}{7}$, il qual resto multiplicato con rad. $329\frac{1}{7}$ più rad. $174\frac{6}{7}$ il prodotto sarà rad. 9437184. men rad. 263424, del quale prodotto dicemo che se ne prẽda la metà, la quale è rad. 2359296 men rad. 665856; onde estrahendone la rad. quadra; cioè, il lato del maggior quadrato che capire ui possa rimane $219\frac{3}{7}$ men $116\frac{4}{7}$ il quale meno $116\frac{4}{7}$ cauãdolo da $219\frac{3}{7}$ resta $102\frac{6}{7}$. per la portione di Titio & per la portione di Caio bastarà re

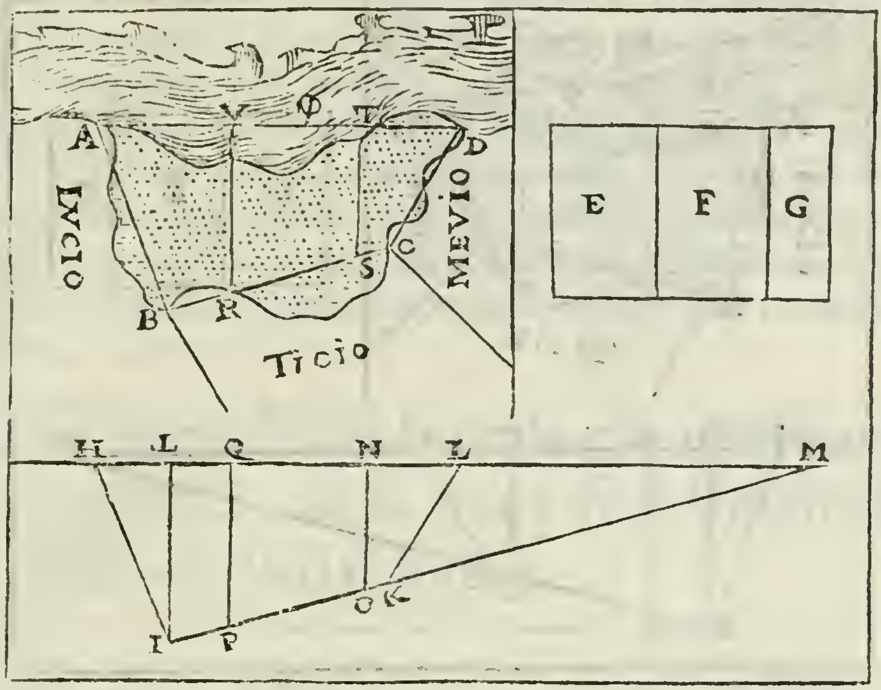
mouere la dittione del meno nella dittione del più; perche già nel far la ſudetta multiplicatione hauemo multiplicato anchora la i D nella i g, & del prodotto ſe ne preſe la metà, della quale habbiamo eſtratta la radice; cioè, il lato del maggior quadrato, che è 116$\frac{4}{7}$, il quale l'attribuimo à quello, che conuiene à Caio; finalmẽte adunque quello, che rimane ſarà la parte, che ſpetta à Lutio, & ſarà compita l'iſperienza della diuiſione dell'alluuione nella parte verſo il buon terreno, & il medeſimo ne ſeguirà nella parte verſo il fiume, per l'vgualità loro. Dunque per le coſe dette ſi potrà dire, che le diuiſioni dell'alluuioni ſi potrebbeno ſoluere con numeri, auanti che ſi ſegnaſsino le linee diuidenti.

De i caſi di tre ripe. Cap. VIII.

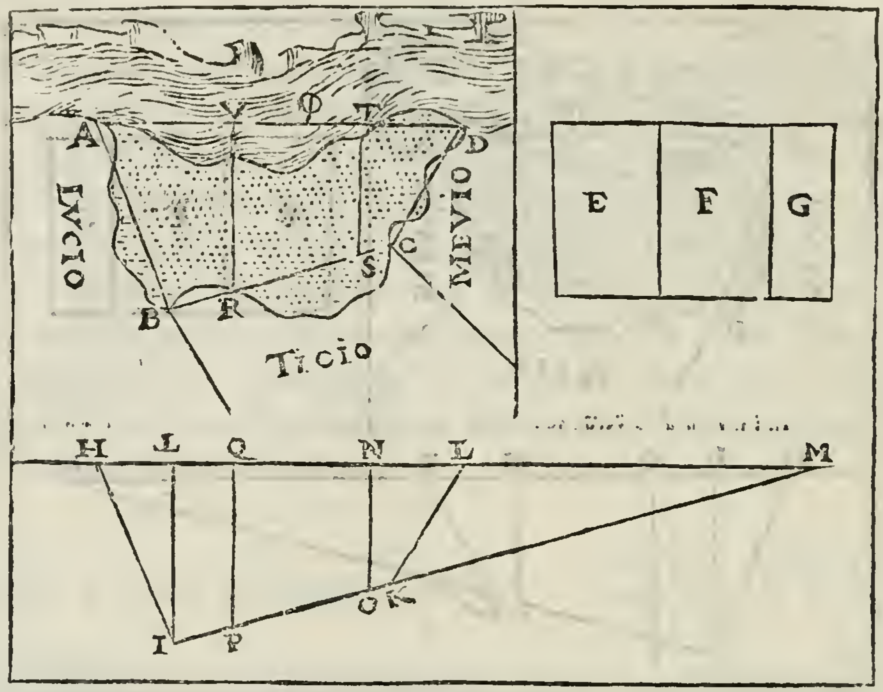
NE i caſi di tre Ripe, alcune hãno gli angoli intrinſici, & alcune gli hanno eſtrinſici: ma quando gli angoli ſono intrinſici, ò la linea fondamẽtale paſſa dietro al fiume, ouero che paſſa di là da eſſo, ſe bene può paſſare per mezo il fiume, & anco dentro all'alluuione, come ſi vedrà nel fine del preſente Tratt. al primo Caſo della pratica: nondimeno ſi riduce alla medeſima diuiſione. Ma quando gli angoli ſono eſtrinſici; cioè, che vno ſia intrinſico (perche è impoſsibile, che tutti due ſiano eſtrnſici) all'hora ſi potrà aſsignare nuoua differenza; percioche tal volta le fronti, ò vogliamo dire i lati, che lo comprendono, ò ſono vguali, ò ſono diſuguali, cioè, che il maggiore è quello di ſopra, ò che pur il maggiore è quello di ſotto; & così haueremo cinque Caſi baſtanti, per dimoſtrare l'alluuione di tre ripe.

Caſo primo, nel quale gli angoli ſono intrinſici, & la linea fondamentale paſſa dietro al fiume, & ancho per entro ad eſſo.

Sia



Sia l'alluuione ABCD circondata dalli tre confinati con le frõti regolate AB, BC, CD, & dalla linea Φ AD per le premesse si farà il parallelogrammo vguale al terreno di essa, diuiso nelle tre portioni EFG, secondo le proportioni delle fronti, & si farà anco il rettilineo HIKL simile allo inscritto dell' alluuione, il quale si deue poi compartire secondo il solito modo; essaminisi se l'angolo I è vguale all angolo K, & la HI alla KL, & se gli angoli IK, & le due linee HI, & KL siano vguali il rettilineo HIKL sarà parallelogrammo, per il primo Caso del 6. Cap. ma se saranno ineguali bisognarà dalla parte, oue l'angolo è maggiore prolongare le due linee IK, & KL sin tanto che le si congiunghino nel punto M. perilche verrà formato vn triangolo come è HIM, il quale è mezo per trouare le linee diuidenti, come fù detto alla 2. Dimanda del 5. Cap. di questo. hora per venire all'atto di questo, dal punto I tirisi la perpendicolare IT alla HM, & il triangolo IHT cauisi dalla portione E, se ella però e maggiore d'esso triangolo HIT; ma se il triangolo sarà maggiore della portione E si opera come nelli precedenti casi; ma essendo minore dico che si caua della portione E, & il rimanente si



salua, del quale rimanente trouisi l'eccesso trà il triangolo i T M, del quale eccesso facciasi il triangolo Q P M vguale ad esso, per la prima Propositione del 7. Cap. di nouo trouisi anchora l' eccesso, il quale è dal triangolo P Q M alla portione F, facendone il triangolo N O M ad esso vguale; ma che la linea N O sia equidistāte alla P Q. Esēdosi mostrato, per la construtione, che il quadrā golo Q P O N, è vguale alla portione F; ne segue, che il quadrangolo N O K L sarà vguale alla portion G, per l'vgualità che hà il parallelo grammo, con il rettilineo H I K L. Adūque le due linee P Q, O N saranno le diuidenti come era il bisogno.

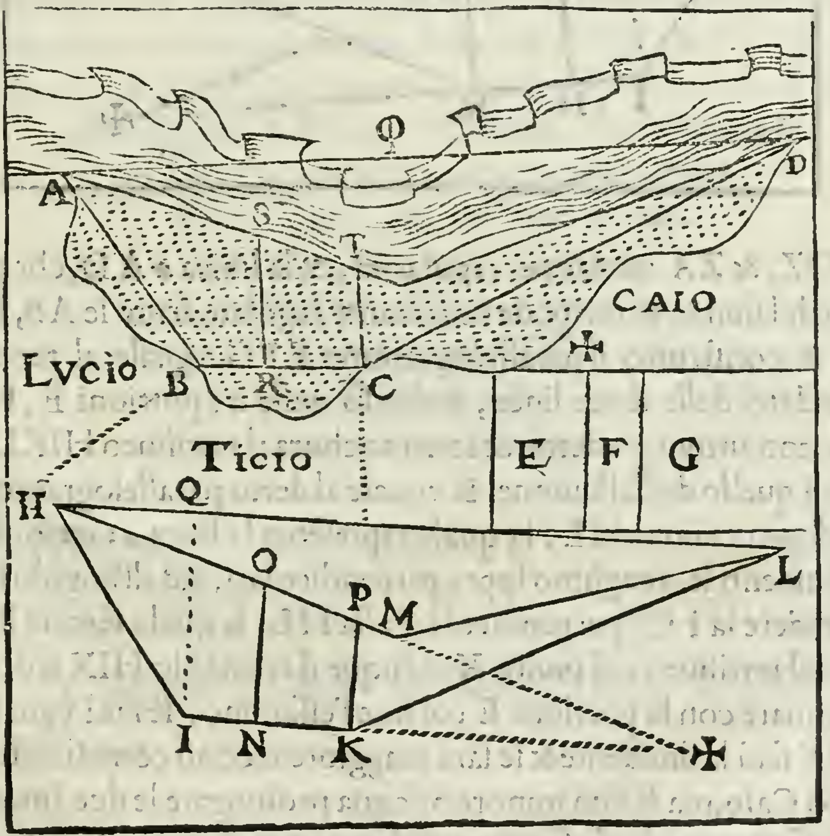
4. Tratt.

Et per diuidere l'alluuione A B C D, diuida lo Agrimensore la linea φ (come fù insegnato nel 2. Caso del 6. Capo,) nelli due punti V T, di modo che la proportione dalla A alla V, sia come dalla H Q alla Q N, & dalla V T, allà T D, come dalla Q N alla N L, & de lì notarà le linee V R, T S, perpendicolari alla A D, le quali sono le diuidenti trà Lutio, Titio, & Meuio, come si propone Percioche, la proportione che sarà dalla fronte A B, alla B C così sarà dalla superficie A B R V, alla superficie V R S T, & per conseguenza

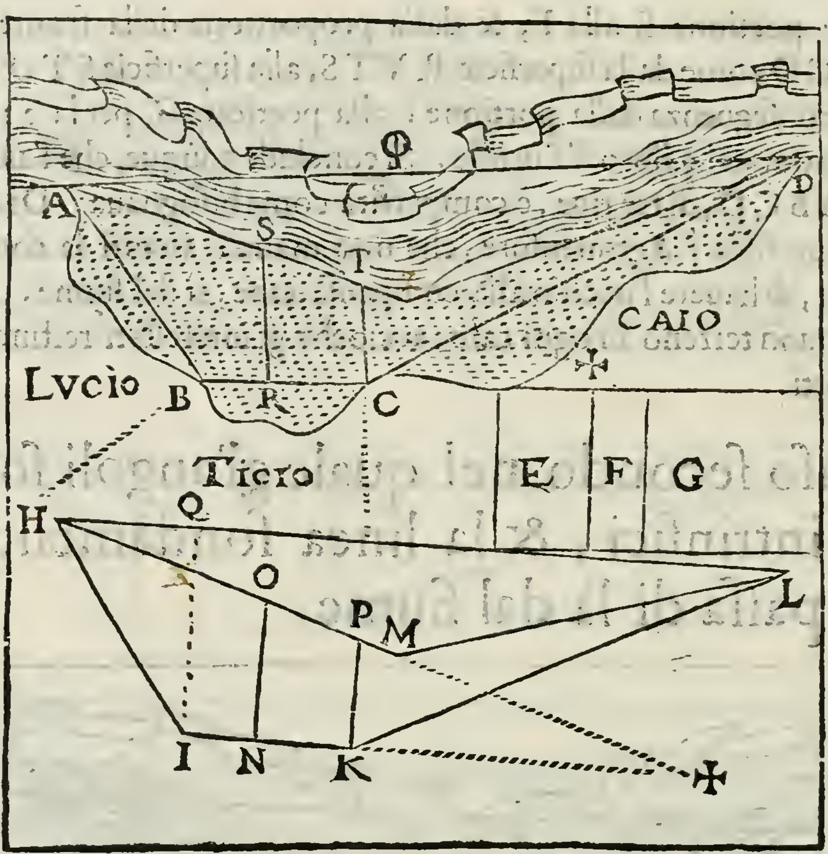
dalla

dalla portione E alla F, & dalla proportione della fronte BC alla CD come dalla ſuperficie R V T S, alla ſuperficie S T D C, & per conſeguenza dalla portione F alla portione G, per la 22 Propoſitione del 5. libro d'Euclide. Si conclude adũque, che l'aluuione A B C D, di tre ripe, è cõpartita come biſognaua. Di nuouo auertiſca l' Agrimenſore, che non manchi auanti la concluſione, di hauere l'occhio alla compenſatione, ſì del fiume, come del buon terreno in ogni caſo; accioche gl'intereſſati reſtino ſodisfatti.

Caſo ſecondo, nel quale gl'angoli ſono intrinſici, & la linea fondamentale paſſa di là dal fiume.



Sia l'alluuione A BC D Z compreſa dalle linee rette AB, BC,



CD, DZ, & ZA notate per regolarità, & la liniea φ A D, che passi di là dal fiume, & le ripe de confinanti regolate, siano le AB, BC, CD; & construtto il parallelogrammo E F G vguale al terreno circondato dalle dette linee, & diuiso nelle tre portioni E, F, G con le conditioni predette, & fatto anchora il rettilineo HIKLM, simile à quello dell'alluuione, & vguale al detto parallelogrammo, tirisi dopoi la linea H L, la quale rapresenta la linea φ; acciò le linee diuidenti le venghino sopra perpendicolari, & dall'angolo i facciasi cadere la i Q perpendicolare alla H L, la quale sega la linea HM del rettilineo nel punto X, dunque il triangolo HIX si dourà paragonare con la portione E col fare l'essamino: se sarà vguale la linea IX sarà la diuidente & se sarà maggiore facciasi come si disse nel passato Caso, ma se sarà minore bisogna prolungare le due linee IK HM, sin tanto, che le se congiunghino, com'è dire nel punto ✠, & questo auiene, perche gli angoli H X I, & X I H causati dalla li-

3. Proposi. 5. Cap. 2. Tratt.

6. Proposi. 2. Tratt.

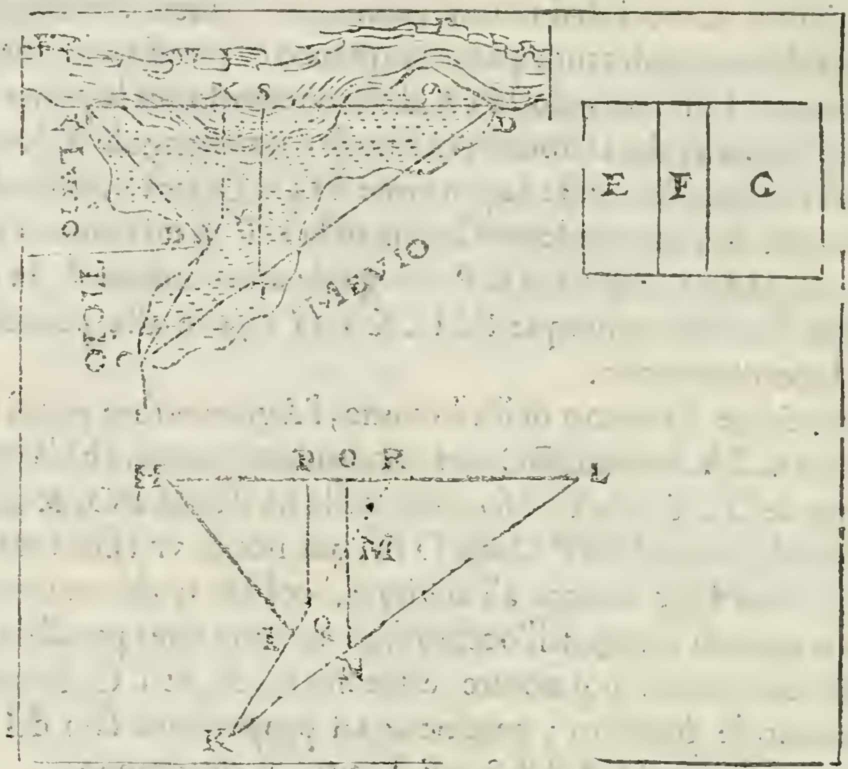
nea

nea I X sono minori di due retti, adunque s'hauerà il triangolo X I ✢ da diminuire di tanta quantità, quanto è l'eccesso, che auanza la portione E il triangolo H I X, il che operando per la prima de 7. Cap. si trouarà, che la linea N O chiude il quadrangolo X I N O vguale à tale eccesso; onde la portione H I N O sarà vguale alla portione E. Per il precedente Caso tirisi la K P in tal maniera però che il quadrangolo O N K P sia vguale alla portione F, la rimanente superficie adunque P M L K sarà vguale alla portione G per la construttione. *4. Tratt.*

Per diuidere il terreno dell'alluuione, l'Agrimensore potrà segare la linea Z A, ouero la B C così conditionatamente, che la proportione della Z T, alla T S, sia come dalla M P, alla P O, & dalla T S alla S A, come dalla P O alla O H, poi notise vna linea parallela alla linea ✢ per dentro all'alluione, col far sì che mirando per gli traguardi i raggi dell'occhio seghino detta linea parallela ad angolo retto col far poi notare le due linee S R, & T C, le quali saranno le diuidenti; percioche tal proportione sarà del quadrangolo A B R S, di Lutio, al quadrangolo S R T C, di Titio, come dalla fronte A B alla B C, & dal quadrangolo S R T C, alla superficie T C D Z, di Caio, come dalla fronte B C, alla fronte C D, come faceua dibisogno. *2. Caso del 6. Cap. di questo.*

Caso terzo, nel quale è l'angolo estrinsico, & i lati, che lo causano sono ineguali, cioè il maggiore è quel di sotto.

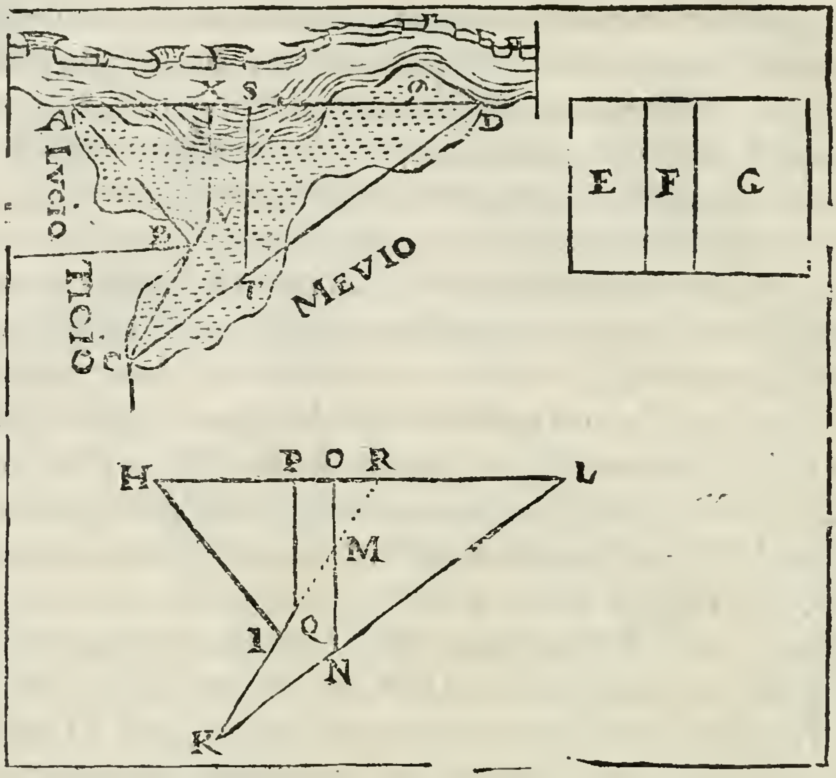
Sia l'alluuione A B C D regolata, la quale hà l'angolo estrinsico, da compartire fra gli tre confinanti Lutio, Titio, & Meuio,



& sia il parallelogrammo vguale al terreno d'essa alluuione; diuiso nelle tre portioni E F G, che osseruino la proportione, la quale hà vna fronte con l'altra; & sia il rettilineo HIKL vguale alle dette tre portioni EFG & simile all'inscritto ABCD. & questo diuideremo in tre portioni vguali alle tre EFG, ouero secondo la proportione delli tre lati H I, I K, K L; tirisi adunque sopra della H L la linea NO perpendicolare ad essa in qual sito si voglia. Hora sia nel punto O, facendo il triangolo ONL, il quale lo paragonaremo con la portione G, se sarà maggiore sminuiscasi di tanta quantità, quanto è l'eccesso, per la prima propositione del 7. Cap. & se egli sarà minore accrescasi di quanto è la differenza, che si ritrouarà, per la seconda propositione del medesimo; ma poniamo che sia vguale, dunque la linea N O sarà vna delle diuidenti. Per trouare la portione F, prolonghisi la K I sino nel punto R, segando la N O nel punto M; in tal modo haueremo il triangolo M K N del quale faremo l'essamine con la portione F, la quale se per caso fosse vguale bisognarebbe ritrouare altro modo per pote-

4. Tratt.

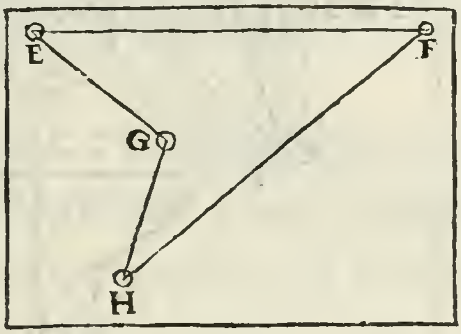
re poi mandare l'interessato al fiume, il quale rimetto all'ingegnio
[s]so Lettore: hora poniamo, ch'egli sia minore, com'anco è ineffet-
to. dunque se ritrouarà la differenza trà il triangolo KMN, & la
portione F, la quale si reserui da parte, & il triangolo O M R ac-
crescasi di tanta quantità quanto è la differenza già riseruata con
vna linea equidistante alla MO, per la seconda propositione del
7. Cap. la quale poniamo sia la P Q. adunque il trapezio rimanen
te HIQP sarà vguale, per la construttione alla portione E, di mo- 4. Tratt.
do che le linee PQI, NO sono le diuidenti nel detto rettilineo
HIKL perche se l'vna di quelle non sia diuidente non sarà il retti-
lineo HIKL diuiso con la proportione de i lati HI, IK, KL: ponia
mo dunque, che la NO non sia diuidente, immaginandoci di con-
giungere la NR col fingerla equidistante alla QP; così il triango-
lo NRL sarà vguale al triangolo NOL, & per consequenza alla
portione G. onde se il triangolo NRL è vguale al triangolo NOL,
la base RL sarà vguale alla base LO, per 38 Propositione del pri-
mo d'Euclide. onde tal Propositione haurà la base LO al lato
ON, quale hà la LR al lato RN, per la prima dimanda del quarto
Trattato; ma è impossibile, che le Proportioni de diuersi generi
conuengono insieme per le ragioni dette nel 6. Capo. Oltra che 3. Tratt.
sarà impossibile, che in vna medesima rettalinea si constituiscano
in diuersi punti, due linee rette vguali à due medesime, per la set-
tima propositione del primo d'Euclide; perche hauemo dalla me-
desima linea LO tirati da i punti diuersi O, & R le due linee ON,
& RN, congiunte nel punto N, è impossibile, ch'elleno siano
vguali. Duo altri inconuenienti nascono, essendo la linea LR
vguale alla LO, l'uno è, che il contenuto sarà vguale al continen-
te, & l'altro, che il minore sarà vguale al maggiore, perche l'ango-
lo LNR saria vguale all'angolo LNO: ma è dimostrato per Eu-
clide nella 21. propositione del primo, che se da i termini d'un la-
to di qualsiuoglia triangolo rettilineo si constituiscano due linee
rette di dentro da esso, saranno minori delli due lati del triangolo.
Adunque il triangolo LNR contenuto saria vguale al triangolo
LON, che lo contiene, & per conseguenza l'angolo minore saria
vguale al maggiore. Che la linea NR sia equidistante alla QP,



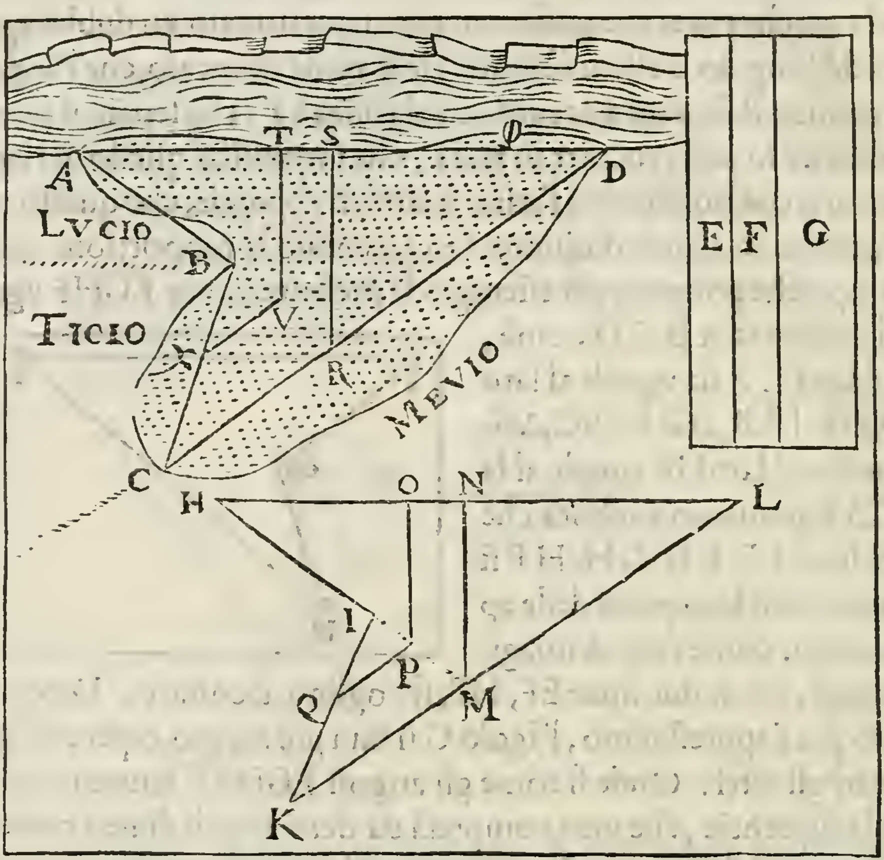
è inconueniente, perche è manifesto per Euclide nella 27. Propositione del primo, che s'una linea retta caderà sopra due linee rette, & farà gli angoli alterni vguali, & quelle due linee saranno parallele. Di sopra habbiam prouato, che gli angoli NOL, NRL sono differenti. adunque le due linee ON, NR non sono parallele; onde, non essendo la linea NR la diuidente, resta che la linea NO, è la diuidente, & che il rettilineo H I K L è diuiso con proportione come si richiedeua.

Da questo adunque sarà manifesto, se si vorrà diuider l'alluuione che bastarà, per le regole date di sopra nel secõdo Caso del sesto Capo, trouare gli punti S, & X nella linea fondamentale, come sono gli due PO, nella HL, & in quelli si porrà lo squadro ad angolo retto cõ essa linea, & si farà segnare le lineerette S T, & X V prolungando anchora la C B sin tanto che seghi la XV nel punto V, la quale linea BVX disgiunge Titio da Lutio, & la S T separa Titio da Menio. Adunque l'alluuione A B C D sarà compartita fra gli tre confinanti come bisognaua.

Ma perche pare, che possa nascere in questo caso vn dubbio per causa dell'angolo B estrinsico: cioè, se si possa dare caso, che l'angolo estrinsico B sia tanto accuto, che la linea ST, che separa il terzo confinante lo possa toccare in guisa, che impedisca quello del lato superiore, che non habbia l'adito fiume: si risponde, che questo nõ può auenire in alcuna diuisione fatta secondo la proportione delle fronti: perche porremo per essempio la presente figura EGHF vguale alla inscritta A B C D; cioè, che il lato E F sia vguale al lato AD, EG al'AB, e GH al BC, & finalmente il lato HF vguale al lato CD & poniamo anchora, che dette linee EF, E G, G H, H F si mouino nelli loro punti delle applicationi, come cẽtri; & imaginiamoci, che le due linee EF, HF, si voglino accostare. Dico che quãto più s'appressarãno, l'ãgolo G si farà più accuto, & per cõseguẽza tutti gli altri. Onde si come gli angoli EGHF si fanno minori; così la superficie, che vien compresa da detti angoli diuien minore per la qualità delle figure Isoperimetre; & qual proportione haueua la prima quantità delli angoli aperti alla differenze della seconda quantità delli angoli restretti, tal proportione bisogna, che habbia la prima portione di ciascun confinante alla differanza della seconda portione; essẽdo che la linea diuidẽte ST nõ toccaua da principio l'angolo B, ne anco dopò potrà toccarlo altrimenti; perche non si riseruarebbe quella proportione della vgualità, che con il rettilineo HIKL si ritroua: Adũque nõ si potrà dar caso, per il quale il cõfinante superiore dell' angolo estrinsico uẽga impedito dell'adito la fiume dalla linea ST.



Caso quarto, nel quale sia vn'angolo estrĩsico, & le fronti regolate, che lo comprendono siano vguali.



Sia l'aluuione A B C D, la quale hà due fronti vguali regolate, che causano l'angolo B estrisico da compartire trà tre confinanti con le fronti regolate AB, BC, CD; volendo conseguire l'intento si supone, che sia fatto il parallelohremmo diuiso nelle tre portioni EFG, & il rettilineo HIKL simile a quello dell'a lluuione, & vguale alle tre portioni; per il precedente caso tirisi adunque la M N perpendicolare alla HL, in modo che il triangolo MNL sia vguale alla portion G; dopoi si prolungarà la H I sin tanto, che la seghi la KL, com'è a dire nel punto M, & sia diuisa la I N nel punto P, in modo che la proportione, che hà la I M alla M P, sia come dalla M P alla P I per la prima Propositione del 3. Capo. oltra di questo tirisi la P O equidistante alla M N, & del triangolo H P O facciasi lo essamino, con la portione E; & se quello è vguale sarà diuiso il rettilineo H I K L; ma non essendo vguale operisi in quel modo, che tante volte è stato detto, & si tirarà finalmente la P Q

4. Tratt,

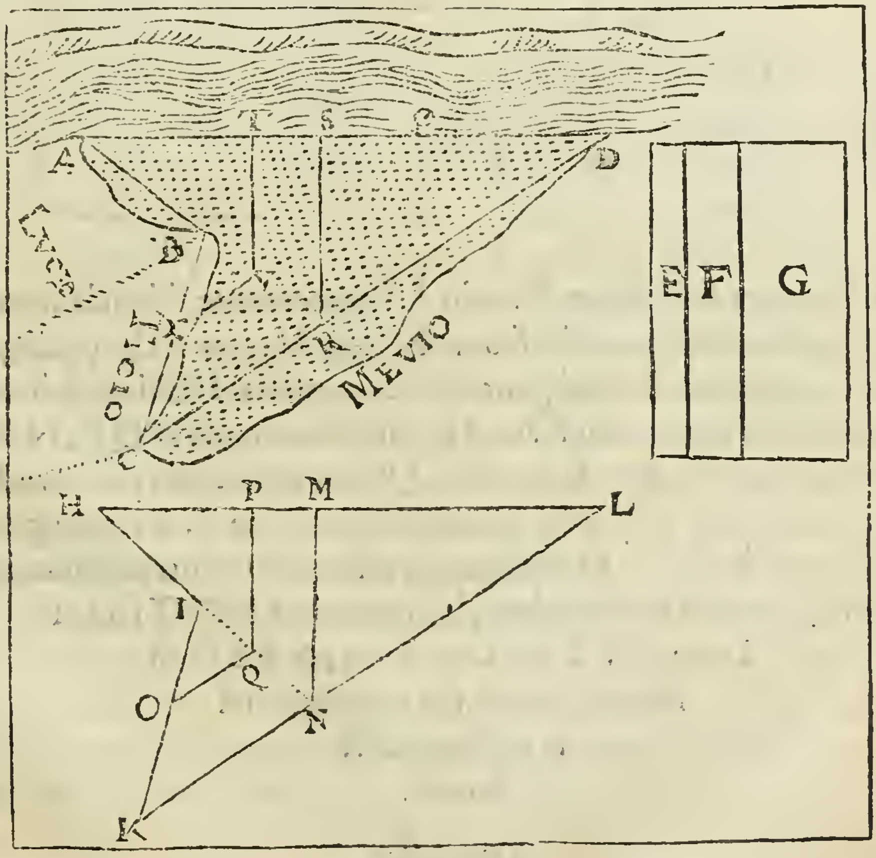
3. Proposi, 6. Cap. 3. Tratt,

equi-

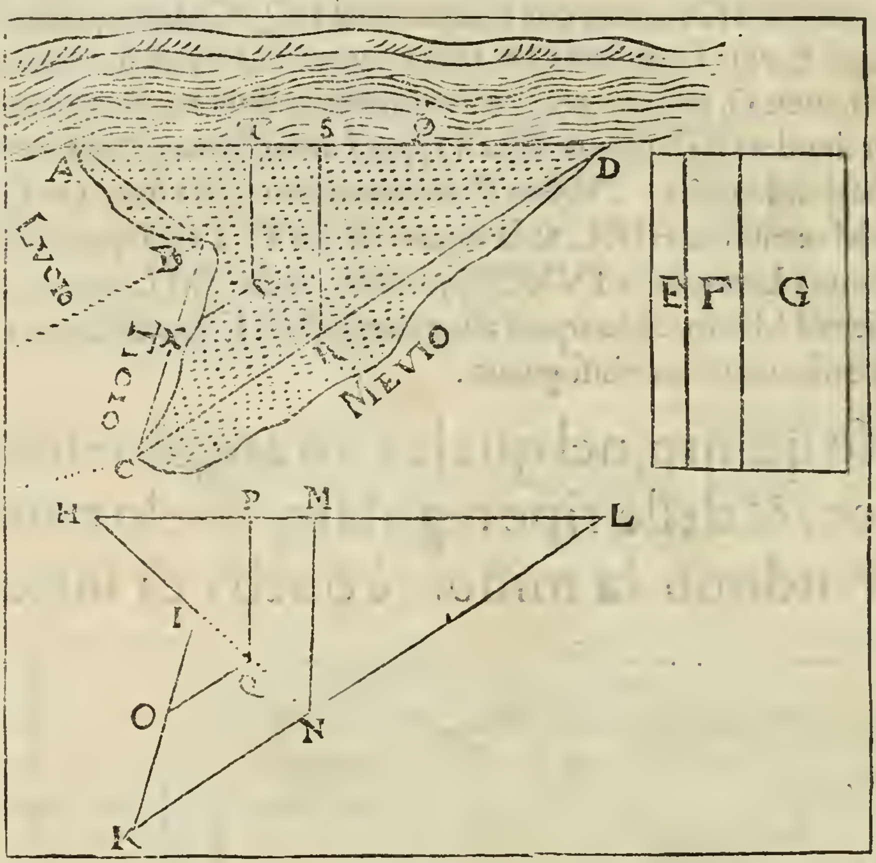
equidistãte alla KM; doue che la superficie HIQPO sarà vguale alla portione E, & la superficie QPONMK vguale alla F, & il rimanẽte alla rimanẽte G; adũque, per la cõstrutione, si è diuiso come riciede.

Per diuidere l'alluuione ABCD, per l'antecedente Caso tirinsi le linee diuidenti SR, TVX nell' alluuione simili alle linee OPQ, NM del rettilineo HIKL, & la superficie ABXVT sarà quella, che conuiene a Lutio, & la TVXCRS, à Titio, & la NML quella, che conuiene à Meuio: Adunque l'alluuione ABCD, è compartita trà li tre confinanti come bisognaua.

Caso quinto, nel quale è vn'angolo estrinsico, & delle ripe regolate, che lo comprendono la minore è quella di sotto.



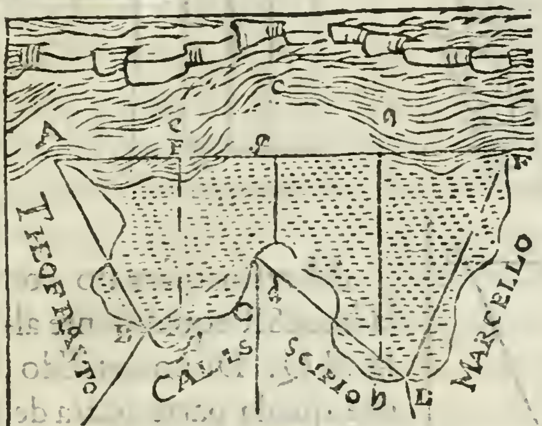
Con il medesimo modo si può concludere questo presente Ca-

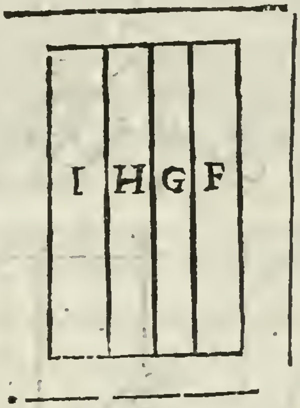


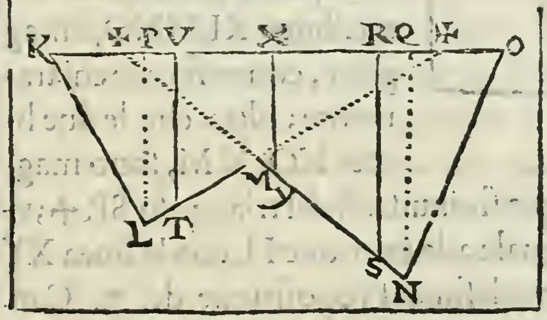
ſo delli tre confinanti, per il modo dell'antecedente, ſe ben la fronte AB regolata è minore della fronte BC regolata; per il che prolõgaremo il medeſimo HI nel punto N del rettilineo HIKL, & le linee, che diuidono le portioni l' vna dall' altra ſaranno la O Q P, N M, di maniera, che la ſuperficie HIOQ P ſarà vguale alla portione E, & la ſuperficie OQ PMNK vguale alla portione F; & il triangolo M N L vguale alla G. Onde tirando le linee diuidenti nell'alluuione, ſecondo l'ordine dato, la ſuperficie ABXV T ſarà di Lutio X V T S R C di Titio, & RS D di Meuio, come ſi richiedeua nel la ragione delle fronti.

Del Caſo di quattro ripe. Cap. IX.

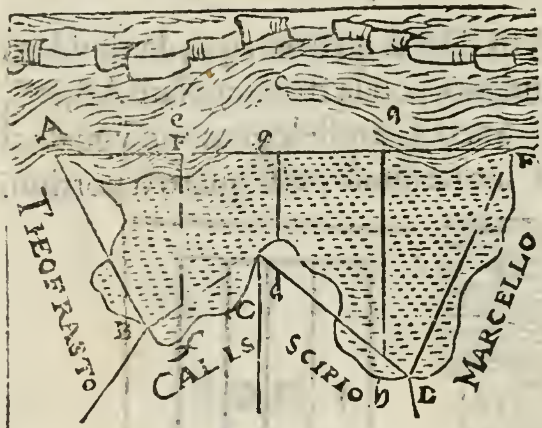
SIA l'alluuione ABCDE di quattro ripe, da diuiderſi trà quattro confinanti, con le frõti regolate AB, BC, CD, & DE, & ſi anco il parallelogrammo vguale al terreno d'eſſa all uione diuiſo nelle quattro portioni

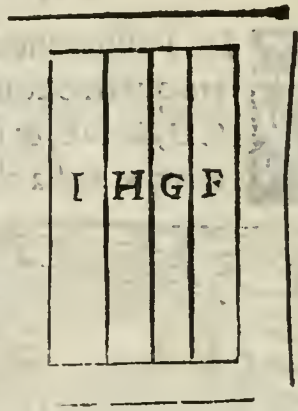


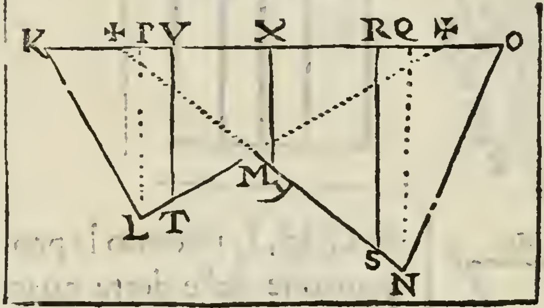




F, G, H, I, ſecondo la proportione delle dette quattro fronti; & oltra queſto ſia fatto il rettilineo KL MNO ſimile all'inſcritto ABCDE, & vguale alle dette quattro portioni, ilquale diuidaſi prima dell'alluuione, acciòche più facilmente ſi poſſa fare la diuiſione dell'alluuione. Dopoi prolunghiſi il lato L M, ſin che concorra nella KO ſimile alla ♦, nel punto ✢ (perche è inclinata ad eſſa linea KO) onde s'haurà il triangolo K L ✢, nel quale, per il primo Caſo del 8 Capo. tiriſi la perpendicolare L P, & il triangolo KLP ſi caua dalla portione F, & lo auanzo ſi riſerui; poi del triangolo L P ✢ ſia ſminuito di tanta quantita, quanto è l'auanzo riſeruato con la linea T V equidiſtante alla L P, per la 1. Propoſitione del 7. Cap. & il medeſmo ſi farà dall'altra parte del rettilineo, cioè, ſi prolõgarà la MN nel pũto ✢ & nel triãgolo NO✢ ſi tirarà la per pendicolare N Q, & il triangolo QN O ſi caui dalla portione I, & il reſto di tal portione ſi riſeruà, poi ſi ſminuiſca il triangolo N Q ✢







del resto riseruato con la linea SR equidistante alla N Q. Di nouo sendo; che questa parte destra del rettilineo KLMNO,è maggiore, come si vede chiaramente; oltra che le due linee NO, N M, sono maggiori delle due KL, LM dunque sminuiscasi del triangolo SR✠; vna superficie quadrangola vguale alla portione H, con la linea XY equidistante alla SR, per la medesima Propositioue del 7. Cap. dunque la superfidie V T M Y X restarà vguale alla portion G, per la construtione; perche se da cose vguale si traggono cose vguali
2. Cap. 2.Tratt. le rimanenti restano vguali. Onde nel rettilineo K L M N O sono diuise in le quattro portioni come bisognaua.

Quí è da notare, che dal prolongae, che si fà di quei lati, congiunti con la linea fondamentale, ouero con le linee tirate per regolarità si formano triangoli, li quali poi son mezi per ritrouare le linee diuidenti, come fù detto nel 7. Capc, coll'acerescereò, col sce-
4.Tratt. mare essi triangoli d'vna portione, ò più ouero d'una parte di esse, senza il quale atto, saria impossibile, mandare gli interessati al fiume nelle maggior parti delle diuisioni dell'alluuioni. Nondimeno si potrebbe dire con Nicolò Copernico nel primo libro al 13. Cap.

alla 7. Proposi. che nelli triangoli rettilinei si conclude la maggior parte della Geodosia, come si verifica nelle osseruationi Astronomiche, nel edificare alcuni stromenti Musicali & nella pratica de Prospettiua & in molti altri, per altri effetti, però per le cose dette & dimostrate, si potrebbe por fine alle diuisioni dell' alluuioni; hauẽdo esseguito tutte le operationi Geometriche dedecate a tal fine; nõ dimeno sendosi promesso mostrare per ordine come si diuida sin al Caso di sei ripe, & poi quello di noue ripe: non si deue mancare; acciò quelli, che desiderano far tal professione conoschino il modo, che deuono tenere in tutti i casi, & io frà tãto per quello, che seguita verrò supponendo, non solamente, che l' alluuione sia regolata, ma che sia fatto il parallelogrammo vguale al terreno, & diuiso con le proportioni delle fronti, & fatto il rettilineo vguale ad esso, & simile à quello dell' alluuione, accioche in esso si constituiscano le linee diuidenti à luoghi suoi, traportandole poi similmente nell' alluuione: come hora facciamo anco nel presente caso di segnare nella linea A D li punti a c e, si come si è fatto nella linea K O circa li punti R X V, & de lì con lo squadro ad angolo retto si notino le linee a b, c d e f. diuidenti, di modo che si potrà dire, che il quadrãgolo A B f e, sia di Theofrasto f C d c e di Calisto; d c a b di Scipio, & b a E D di Marcello, come si cõuiene.

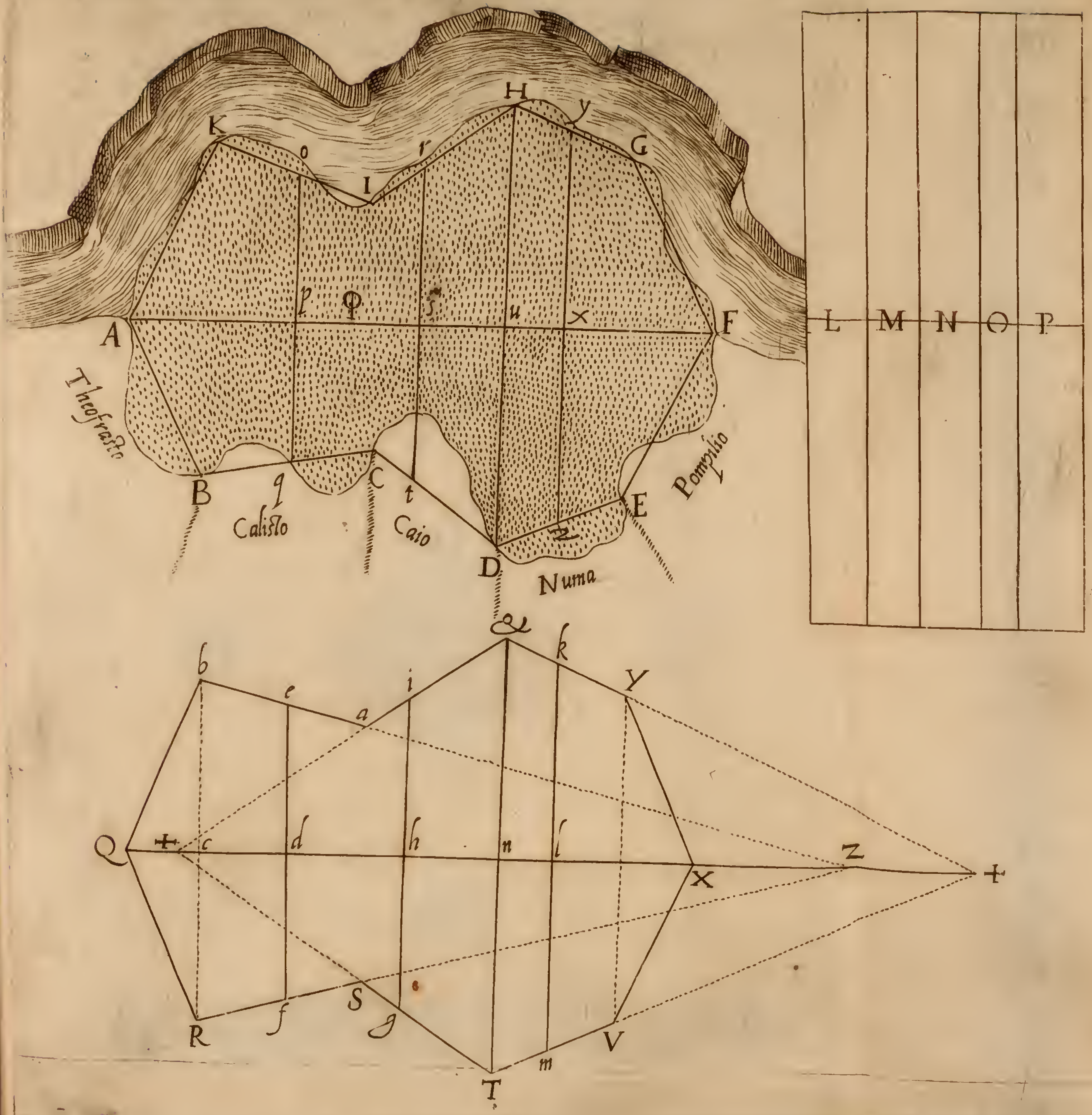
Del Caso di cinque ripe. Cap. X.

SIA dunque l'alluuione di cinque ripe, ABCDEFGHIKA regolata,& il parallelogramm diuiso nelle portioni LMNOP vguale al terreno di detta alluuione, &il rettilineo QRSTVXY& ab, simile alla inscritto, & vguale alle portioni LMNOP, nel quale rettilineo, si colocano prima le linee diudenti. Douendosi ciò fare Tirisi adunque la la linea QX simile alla φ, in infinita dalla parte dalla X. Poi prolunghinsi li due lati RS, et b a sin tanto, che si congiunghino nella Q X prolongata nel punto Z, & il medesimo si farà delli lati TV, & Y col prolongarli nel punto ✢; & anchora li duo lati T S,& a prolõgati nel punto ✢ verso la Q; se l'vna e l'altra di dette linee prolongate terminano in vnò stesso punto, denotano ciascuno di essi lati, al suo relatiuo, essere inclinati egualmente alla QX, sendo così la collocatione delle linee diuidẽti sarà di meno fatica, perche si tiraranno di quà, & di là della linea QX in vn sol colpo le linee diuidẽti. Hora tirisi la linea VY, la quale sarà perpendicolare alla CX essendo che li due lati VX, YX sono frà di loro vguali, dunque il triangolo VXY paragonisi con la portione P, & l'auanzo, che supera la portione P di esso triangolo si riserua sin tanto, che si accresca il triangolo V ✢ Y del quadrangolo m VYR vguale a detto auanzo, per la 2. Propositione del 7. Cap. & il simile si farà d'accrescere il triangolo m K ✢ del quadrangolo T m K & vguale alla Portione O: Poi il triangolo T & ✢, sminuischisi del quadrangolo g T & i vguale alla portione N, per la prima Propositione del 7. Cap. tirisi anchor la R b, & del triangolo b Q R trouisi l'eccesso con la portion L, il qual si riserui sin che il triangolo b R Z sia sminuito della figura quadrangola R f c b vguale all'auanzo, che supera la portion L il triangolo b Q R. Dunque la superficie c a i g S f restarà vguale ala portion M, & così sarà concluso il modo, col quale si deuono collocare le linee diuidenti f c, g i, T &, m K, nel rettilineo QRSTVXY&ab. Doppo questo si verrà all'atto di segnare li

4. *Tratt.*

4. *Tratt.*

punti



Theofrasto
Calisto
Caio
Numa
Pompilio
A B C D E F G H I K
L M N O P
Q R S T V X Y Z

4. Tratt.

4.Tratt.

punti p ſu X, nella linea φ, & ſeguendo il fare ſegnare le linee diuidenti nell'alluuione dell'vna e dell'altra parte della linea φ; come la p q, p o, ſ t, ſ r, u H, u D, x y, et y z, nel modo che più volte è ſtato detto, & aſsignare lo ſpatio Y G F E Z à Pompilio, & quello y z D H à Numa, & così ſeguendo H D t r, à Caio, t r I o q C à Caliſto, & finalmente A B q o K à Theofraſto, & così ſarà compartita l'alluuione, come biſognaua.

2. Caſo del 6. Cap. di queſto.

Del Caſo di ſei ripe. Cap. XI.

Fig. 6 a c. 184

SIA l'alluuione A B C D E F G H di ſei ripe da diſtribuire con proportione trà gli ſette confinanti; cioè, A B, B C, C D, D E, E F, F G, G H, & ſiano terminate le loro portioni I K L M N O P, & anco deſcritto il rettilineo Q R S T V X Y. Prima ſi ritrouino i luoghi da collocare le linee diuidenti, che quelli dell'alluuione. Dopoi prolunghiſi la R b, nel punto ✠ poſto nella linea Q Y, & dal punto R facciaſi cadere la perpendicolare, la quale è in queſto caſo la R Q. Dunque il triangolo Q R ✠ ſi ſminuirà della quantità Q R b a vguale alla portione I; prolunghiſi anchora la S T nel punto ✠, & parimente la T V, ſintanto che ſi congiunghino con la linea Q Y prolungata nel punto ✠, poi cauiſi della portione K la ſuperficie a b S ✠, & il rimanente ſi riſerua, il quale ſi potrà anchora aggiungere alla portione L. Dopò ſi ſminuirà il triangolo ✠ T ✠ della detta ſomma con la linea g f equiſtante alla a b; acciò ancho eſſa ſia perpendicolare alla Q Y, il che fatto, ſi conſtituirà nell'angolo T ✠ Y la ſuperficie ✠ c d e vguale al rimanente della portione K riſeruata. Anchora ſi ſegarà il triangolo g f ✠ con la linea V h equidiſtante alla f g in modo che il quadrangolo f g V h ſia vguale alla portione M: & anchora prolunghiſi X V ſin tanto, che ſi vniſca con la Y Q allungata nel punto ✠: poi dal punto X tiriſi la perpendicolare X ✠, & il triangolo ✠ X ✠ dalla parte deſtra ſi paragoni con le due portioni O N, & lo eccesſo, che auanza delle due portioni O N del detto triangolo ✠ X ✠, ſi riſerua; di più ſi ſminuiſca il triangolo X ✠ ✠ ſiniſtro della ſuperficie i k X ✠ vguale allo auanzo riſeruato. il che fatto nell'angolo i ſe conſtituirà la figura quadrangola n m l Y vguale alla portione P, & ſimile alla i k X Y. Adunque per tale conſtruttione la ſuperficie h V k i ſerà vguale alla portione N, & così ſaranno ritrouate le linee diuidenti a b, e d c, f g, h V, i k, nel rettilineo Q R S T V X Y.

1. Propoſit. del 7. Cap. del 4. Trat.

3. Propoſit. del 3. Cap. del 4. Trat.

Hora

Hora è chiaro per le ragioni altre volte dette, che doppo la diuisione fatta nel rettilineo, bastarà trouare gli punti nella linea φ, oue debbano terminare le linee diuidenti, per le quali si conseguisce l'intento de dire, che la superficie A B o p esser di Metello; p o c v t s di Cesalo; s t v D x y di Dedalo; y x E aa di Fabricio; aa E bb cc di Diomede; cc bb F hh gg ff di Argo; & finalmente ff gg hh H di Caio.

Del Caſo di noue ripe. Cap. XII.

Fig. 14 al 106.

ESSENDO queſto l'vltimo Caſo di queſta opera, & compoſto in maniera, che quaſi tutte l'operationi Geometriche, che nella medeſima ſi ſono ordinate concorreno quiui. Nondimeno ſi verià ordinando la diuiſione in modo; che ſendo propoſta qualſiuoglia alluuione terminata ſi potrà diuidere in modo, che ciaſcuno hauera il ſuo.

Porremo adunque che ci ſia preſentato il terreno dell'alluuione traſmutato in vn parallelogrammo diuiſo nelle portioni ABCDEFGHIK, ſecondo la proportione delle fronti de confinanti della ſteſſa alluuione LMNOPQRSTVX, & deſiderando poi nel rettilineo collocare le linee diuidenti, in modo che gli ſpatij, che ſono fra l'vna e l'altra oſſeruino la proportione detta. facciaſi il rettilineo a b c d e f g h i K l ſimile à quello, il quale e inſcritto nell'alluuione, per regolarità, & vguale alle portioni ABCDEFGHIK, & acciò ſi ſegua l'ordine incominciato ſi farà cadere dall'angolo C la C ✢ perpendicolare ſopra la linea a l; la quale repreſenta la linea ⌀ L X; poi prolunghiſi la d c ſin tanto, che ſi vniſca con la l a prolungata nel punto ✢, & il triangolo a c ✢ traggaſi dalle due portioni A & B, & del reſtante ſi accreſcerà il triangolo c ✢ ✢, della ſuperficie ✢ c y u vguale à detto reſtante, per la ſeconda Propoſitione del 7. Cap. poi anco nell'angolo a conſtituiſchiſi la ſuperficie a z & x vguale alla portione A, dunque il trapezzio x & z c y u ſarà vguale alla portione B. Di nuouo tiriſi la d t perpendicolare alla a l, & eſſaminiſi ſe il quadrangolo t u y d con la portione C, & ſe per caſo foſſero vguali la d t ſaria la diuidente; ma ſe foſſe detto quadrãgolo maggiore della detta portione biſognarebbe ſminuire il triangolo t d ✢; ma ſe la portione C ſarà maggiore come in vero è protragghiſi la d t ſin tãto, che la ſi congiunga con la linea a l prolungata nel punto ✢, & ſe haueria il triangolo deſtro t d ✢, il quale ſi deue diminuire, dell'auanzo che ſopravanza la portione C, che è il quadrãgolo t u y d per la propo-

4. Tratt.

ſitione

ne prima dunque del 7. Cap. tirisi la linea s aa equidistante alla t d, che la superficie aa s u y d sarà vguale alla portione C. Anchora il triangolo s ✠ aa se sminuirà della superficie e r s aa, ma che ella sia vguale alla portione D con la linea e r equidistante alla s aa: poiche la linea e r è cõgiunta nell'angolo o, si essaminarà per il primo del sesto Capo di questo, se l'angolo f e r è vguale all'angolo e r l, per il primo Caso la f e sarà parallela alla a l. dunque sopra della linea e r si constituirà il parallelogrammo q r e bb vguale alla portione E, per la quarta propositione del 7. Cap. Per collocare vna superficie vguale alla portione F, dall'angolo f tirisi di nuouo la perpẽdicolare f ✠, et il quadrangolo compreso dalle linee f ✠ q bb, si paragonerà con la portione F, se fra loro saranno vguali s'hauerà quel che si desidera; altrimẽte l'auanzo se riserui; ma in questo caso la portione F auanza il quadrangolo f ✠ q bb; per il che si prolungarà la g f nel punto ✠; onde il triangolo ✠ f ✠ si accrescerà della quantità, che la portione F auanza il detto quadrangolo f ✠ q bb, la quale quantità è la superficie f cc p ✠. adunque il quadrangolo q bb cc p sarà vguale alla portione F. Volẽdo ancora, per la portione G far vna superficie nel rettilineo ad essa vguale, prima diuidasi la h i in due parti, che la proportione, che haurà la h i alla maggior parte; così habbia la maggior alla minore: ma perciò la maggiore sia verso la i, altrimente potria succedere che la linea diuidente non andarebbe à cadere perpendicolare nella a l; onde sarebbe inconueniente poi nell'adito al fiume. Dunque operando, per la prima propositione del terzo Cap. il punto della diuisione sarà ee, & de lì tirisi la linea ee ✠ equidistante alla g h, poi della linea ✠ ee taglisi la ✠ dd vguale alla ✠ g per la terza propositione del 4. Cap. & del punto dd tirisi la dd ✠ ß parallela alla ✠ f, segando la p cc nel punto ß: la onde paragonaremo le due superficie ✠ g h ee, ✠ dd ß cc con la portione G, che di ragione deue esser maggiore, & dell'auanzo, che supera la portione G le dette due superficie si riseruano: poi anco si accrescerà il triangolo ß p ✠ della quantità vguale alla riseruata con la linea o ff, equidistante: dunque le linee o ff, ff dd, dd ee seruiranno per la linea diuidente, & la superficie trapezzia p cc g h ee dd ff o sarà vguale alla por-

3. Tratt.

4. Tratt.

tione G. Per l'altre portioni HIK prolunghisi la i k, et a l, sin tanto, che le si congiunghino, & lì faccisi il punto ✠; poi dal punto k facciasi cadere la linea k l perpēdicolare sopra della l ✠, acciò sia parallela alla o ff, e il triangolo k l ✠ si dourà prima accrescere di tanta quantità, che si agguagli alle due portioni K I; il che si farà, per la seconda propositione del 7. Cap. protrahēdo la k i nel punto
4. Tratt. gg, & tirando la linea n gg equidistante alla k l: dunque il quadrangolo n gg k l sarà vguale alle due portioni I et K. poiche detto quadrangolo n gg k l è vguale alle dette due portioni, ne seguirà, che la superficie n gg i ee dd ff o sarà vguale alla portione H. Finalmente adunque constituiremo nell'angolo l il quadrangolo
4. Tratt. m ii hh l vguale alla portione K per la 3. propositione del 5. Cap. Onde, per la construttione, la superficie m n gg hh ii sarà vguale alla portione I. Adunque habbiamo collocate le linee z & x, y u, s aa, e r, q bb, p cc, o ff dd ee, i gg n, m n ii hh diuidenti nel rettilineo a b c d e f g h i k l, come bisognaua. perche comprendono le parti proposte, & con tal ordine s'andarebbe in infinito.

Volendo diuider l'alluuione, per il secondo Caso del 6. Cap. di questo, si segnaranno gli punti kk, ll, mm, nn, oo, pp, qq, rr, ss, nella linea ⊕ L X nella proportione delli punti m n o p q r s t u x, segnati nella a l, & de lì s'assegnaranno le portioni à Georoaltro, Pithia, Theofrasto, Arristippo, Argo, & Theofilo, per il terzo Caso del 7. Cap. di questo: ma le portioni di Meuio, & Caio, hanno di bisogno d'altro modo, & gli rimanenti Titio, & Lutio si riducono al modo di detto terzo Caso. Ma prima concluderemo la portione di Meuio, per la quale, in duo modi ancor lei si potrà treminare, l'uno sarà trouando il punto, che deue separare Meuio da
6. Capit. Caio, nella fronte di Caio col modo del secondo Caso, l'altro con numeri irrationali: il primo è più sensato, il secondo è più abstratto. Nondimeno può auenire, che il primo modo non si potrebbe forse vsare, per gli molti impedimenti, che potriano essere nella essenza del fatto: perciò non restarò di dire come si truoui questo punto nella S T con numeri irrationali mediante la sua lunghezza: perche saria impossibile trouarsi con numeri rationali, come per Euclide nel 13. libro. Dunque porremo per essempio, che la lun-

ghezza della fronte S T, sia 8 pertiche, ò passi, che vogliamo dire, il quale 8 si deue partire in due parti, che la proportione dello stesso 8, alla maggiore parte sia così, come la maggior parte alla minore; prima facciasi così, diuidendo l'otto in due parti vguali; cioè, in 4, e 4, poi quadraremo 8 farà 64, & anco quadraremo vna delle parti farà 16, & questi due quadrati giunghinsi in vna somma, la quale farà 80, & di questa superficie cauandosene il numero 4 vna delle parti restarà 80 men 4; cioè rimarrà rad. 80 men. 4, la quale sarà la parte maggiore, che cauandola da tutto il numero 8 restarà 12 men rad. 80 per la minore. dunque si deue segnare il punto bbb lontano dal punto T per rad. 80. men. 4, & la S bbb sarà 12 men. rad. 80; perche la esperienza lo mostra, se aggiungeremo rad. 80. men. 4, con 12 men rad. 80 farà à punto 8. Oltra che cauisi qualsiuoglia delle due parti dell'istesso 8 restarà l'altra, & che ne segua la detta proportione è manifesto, che 8 hà proportione à rad. 80 men 4. come hà rad. 80 men 4 à 12 men rad. 80. perche da noi è detto nel terzo Trattato al 10. Cap. con l'auttorità d'Euclide, se tre quantità saranno continoue proportionali, la multiplicatione della prima nella terza sarà vguale alla multiplicatione della seconda in se medesima. dunque multiplicando 8 con 12 men rad. 80 il produtto sarà 96 men rad. 5120. & il medesimo sarà rad. 80 men 4 con rad. 80 men. 4 & questa regola si caua dalla prima propositione del 3. Cap. Onde dal punto bbb si segnaranno le linee bbb ccc, ccc ddd, equidistanti alla fronte S R, R Q. per il secondo Caso del 6. Cap. & nel punto mm si porrà lo squadro ad angolo retto con la L X, & de lì mirando si farà segnare la linea mm ddd. Hora volendo far segnare le linee diuidenti ll eee T, kk fff ggg, si potrà fare come si è detto nel terzo Caso del 7. Cap. ò con il modo mostrato nel secondo Caso, ouero con numeri come in detto terzo Caso; per il che si concluderà, che l'alluuione sarà compartita, come era il bisogno, cioè la superficie L nn tt ss, di Geroastro, la uu tt ss rr xx N, di Pithia, rr xx O yy qq, di Theofrasto; la qq yy P pp, di Aristippo, la pp P zz oo, di Argo, la oo zz Q aaa nn, di Theofilo, la nn aaa R S bbb ccc ddd mm, di Meuio, la mm ddd ccc bbb T eee ll, di Caio, ll eee T V ggg fff kk,

4. Tratt.

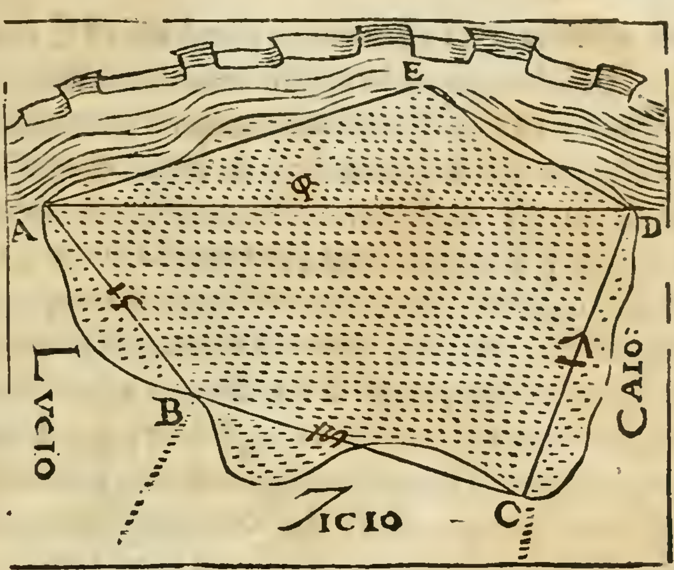
6. Cap. di questo.

di Titio, kk fff ggg di Titio, finalmente kk fff ggg X di Lutio. Di nuouo non restarò di ricordare all'Agrimensore di douere compensare il buon terreno, ò fiume secondo il bisogno, come fu detto nella prima dimanda del 5. Cap. di questo, acciocche la distributione resulti ragioneuole e giusta.

De duo casi de pratica. Cap. XIII.

Parmi hauer dimostrato à bastanza di sopra il modo, come si possa diuidere qualsiuoglia caso d'alluuio ne proposito, & masime per quelli, che mediocremente hauranno appresa questa nostra Institutione, & hauranno qualche pratica de misurare terreni. Nondimeno, hauendo io promesso nel primo Trattato mostrare vn modo praticalmente, il quale sarà ne' due seguenti Casi, con gli essempij del quale, si potrà prēdere regole ne gli altri: onde gli Agrimensori potranno venire (come fù detto) ad vna conueniente diuisione. Si come, M. Alessandro Gandini principale perito in questa Città, ne hà fatto più d'una proua, il quale hauendo facilmente appresa questa pratita, per il suo eleuato ingegno, si è fatto tale che chi si valerà dell'opera sua, haurà quanto ragioneuolmente se gli deue.

1. Tratt.



Supposte dũque quelle cose, che di sopra si son dette esser necessarie all'intento nostro, diremo prima intorno al primo caso, che la presente alluuione fosse da compartire fra gli tre confinanti Lutio, Titio, & Caio: nella quale, per la seconda dimanda di questo, si segnarà la linea ⌀ A D, & per la terza si segnaranno le linee rette A B, B C, C D, da vn confino all'altro, & la D E, E A per regolarità. Anchora per la prima dimanda del terzo Cap. si prenderà la misura del terreno di essa dentro le linee segnate per regolarità, la quale sarà 442. Tauole, ò Tornature, & perche la linea ⌀ causa due figure, di spetie diuerse, delle quali fia bisogno sapere dell'una e l'altra la quantità sua, come dire che il quadrangolo A B C D di quà dalla linea ⌀ è 346, & il triangolo A E D di là verso il fiume 96, le quali due quantità bisogna diuidere d'vna in vna, secondo la proportione che hanno le fronti l'vna con l'altra, & questo sarà facile (per la regola data nel 13. Cap) perche si porra, che la fronte di di Lutio sia longa 15. di Titio lunga circa 18. & di Caio lunga circa 17. le quali lunghezze vnite insieme fanno 50, & questo sempre sarà primo termine delli tre numeri, per inuestigare il quarto, il secondo vna delle fronti, il terzo, la quantità, che si vuol diuidere, & il quarto sarà quello che ne seguirà sendo ignoto. dunque si farà la positione, dicendo così; se il composito de 50 vien da 15, da quel numero verrà 346? operando per il 12. Cap. si trouerà, che ne verrà per il primo conseguente 10; $\frac{4}{5}$, & questo sarà per la portione di Lutio di quà della linea ⌀ & per di là da essa, di nuouo si dirà; se 50 vien pur da 15 da qual numero verrà 96?

3. Tratt.

3. Tratt. $\frac{4}{5}$

rà 96? seguendo l'ordine, verrà da 28 $\frac{4}{5}$ per il secondo conseguente. di modo, che aggiungendo insieme gli due conseguenti, saranno 132 $\frac{3}{5}$, & questa somma sarà la totale portione di Lutio. Volendo poi sapere quella di Titio, & di Caio di quà, & di là della linea ◆, operando con il medesimo modo, si trouarà, che la somma di Titio sarà 159 $\frac{3}{25}$, & quella di Caio 150 $\frac{7}{25}$, le quali portioni totale insieme giunti restituiscano la quantità diuisa; di modo che ciascuno de gl'interessati haurà la parte, che se gli deue. percioche tale proportione sarà da 15 à 18, come da 132 $\frac{3}{5}$ à 159 $\frac{3}{25}$ & da 18 à 17, come da 159 $\frac{3}{25}$ à 150 $\frac{7}{25}$, & questo sarà facile da prouare con la sperienza d'essi numeri: perche si hà da sapere, che essendo tre quantità, che comprendino qualsiuoglia proportione, & altre tre collocate, nel medesimo Ordine; il produtto della multiplicatione del primo termine del primo Ordine, nell'vltimo termine del secondo Ordine, sarà vguale alla multiplicatione del primo termine del secondo Ordine, nel terzo termine del primo Ordine: & il produtto del secondo termine del primo Ordine multiplicato nel primo termine del secondo Ordine, sarà vguale alla multiplicatione del secondo termine del secondo Ordine, nel primo termine del primo Ordine: & anchora, se multiplicaremo il secondo termine del primo Ordine nel terzo termine del secondo Ordine, il produtto sarà vguale alla multiplicatione del secondo termine del secondo Ordine, nel terzo termine del primo Ordine; & in questa maniera, si manifestarà, che gli termini del secondo Ordine, sono le portioni di ciascuno collocati nella medesima proportione di quelle del primo Ordine. Essempio, già si è detto, che la fronte di Lutio e lunga 15. & quella di Titio 18. & di Caio 17. le quali poniamo che siano le collocate nel primo Ordine; ma perche la portione di Lutio è 132 $\frac{3}{5}$, di Titio 159 $\frac{3}{25}$, & di Caio 150 $\frac{7}{25}$; le quali ridotte alla denominatione del 25, fanno 3315, 3978, 3757, nondimeno osseruino anch'esse la medesima proportione, & si collocano nel secondo Ordine. Dunque se multiplicaremo 15 prima del primo Ordine nella 3757 terza del secondo Ordine il produtto 56355 sarà vguale alla moltiplicatione, che si farà della 3315

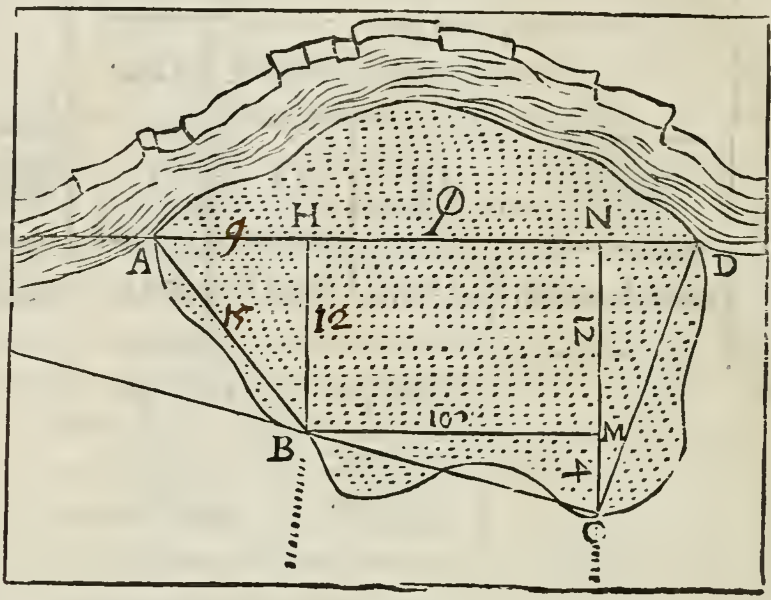
prima

	Forma del Calcolo.			
	Prima.	*Seconda.*	*Tertia.*	
Primo ordine.	*15*	*18*	*17*	*delle fronti.*
Secondo ordine.	*3315*	*3978*	*3757*	*delle portioni.*

56355	*56355*
59670	*59670*
67626	*67626*

prima del ſecondo Ordinè nella 17, terza del primo Ordine; & ſe multiplicaremo 18, ſeconda del primo Ordine con 3315, il produtto 59670 ſarà vguale à quello, che ſi farà multiplicando 3978, ſeconda del ſecondo Ordine con 15, & finalmente, ſe multiplicaremo anchora 3978, con 17, il produtto *67626* ſarà vguale à quello, che ſi farà multiplicando 18 con 3757. Onde tale proportione hanno le fronti l'vna con l'altra, quale hanno le portioni l'vna con l'altra. Per ſegnare hora le linee diuidenti, è neceſſario prolongare la fronte inchinata, alla linea Φ, & la linea DACB, ſin tanto, che ſi congiunghino inſieme, come nel preſente diſegno nel punto F, ogni volta, che far ſi poſſa ſenza impedimento; & notiſi miſurando tutta la lunghezza della DF, la quale ſi trouarà paſsi 77. ma ſe per caſo vi ſi trouaſſe impedimento tale, che non ſi poteſſero congiungere le dette due linee, come in queſt'altra figura, ſarà neceſſario ſapere almeno quanto ſia la diſtanza della linea AF; accioche ſi poſſa poi conoſcere la quantità del triangolo

B A F, che verrà formato dalle due linee prolongate A F, & B F: volendo dunque conoſcere queſto; ſegniſi dal punto B la B H perpendicolare alla linea D A miſurata paſsi 12, & il medeſimo ſi farà dall'angolo C, di ſegnare la linea CN perpendicolare alla A D, ponendo le miſure d'eſſa paſsi 16: di nuouo facciſi anchora dall'angolo B cadere la perpendicolare BM nella CN, la quale miſurãdo ſi trouarà paſsi 18; di modo, che ſendo la HB, & la CN perpedicolari alla AD, & la BM alla C N, le due linee B M, & H N ſaranno vguali, & per conſeguenza, la B H, & la M N. Dunque la longhezza della MC paſſi 4; & dopoi ſi dirà, per la regola del 3, ſe 4 per la lunghezza della C M, ſtà ſopra la linea M B longha 18 nel punto del concorſo della C B, à chi ſtarà ſopra 12 longhezza di B H ſino al punto del concorſo delle due linee D A, & C B, prolongati? operando ſi trouarà il punto di detto concorſo lontano dal punto H per 54, & dal punto A per 45; perche, ſendo poſto l'A B 15, B H 12, de neceſsità la H A, conuiene eſſere 9, per quello, che ſi è detto nel fine della quarta Propoſitione del 7. Cap. 2. Tratt.



Dopoi che ſi vede che cõ la pratica de numeri, ſi viene in cognitione di quella delle miſure, col ſapere le longhezze di qualſiuoglia altra linea prolõgata mediante la notitia delle parti di quelle; così anchora cõ l'iſteſſa pratica de numeri verremo in cognitione della quantità di qualſiuoglia triangolo, formato da quelle linee ſenza che ſi prolonghino, come habbiamo fatto nel diſegno poſto nella

margine

margine, perche baſtarà notare la longhezza della linea del punto, oue cade la perpendicolare, ſino al punto del concorſo, & ancho la perpendicolare ſola, nondimeno nel fine di queſto caſo auertiremo come ſi faccia ſenza la prolongatione. Onde, ſe ſi vorrà aſsignare vna linea vguale alla longhezza di quella, che deue ſeparare Lutio da Titio; ſarà biſogno ſapere la quantità del triangolo, che doueua chiudere le dette linee prolongate, & aggiungere in ſomma con la quantità, che ſi vuole accreſcere, cioè quella, che rimarrà, detrahendo il triangolo A B H dalla portione di Lutio di quà della linea ◆, & la proportione, che ſi trouarà tra il primo triangolo, al ſecondo accreſciuto, tale biſogna, che ſia trà il quadrato del numero della perpendicolare al quadrato del numero della linea diuidente, che in queſto caſo ſepararà Lutio da Titio. Eſſempio, la longhezza della H F è 54, & quella della perpendicolare B H 12; multiplicando la metà dell'vna in tutto l'altra, il produtto ſarà 324 per la quantità del triangolo B H F, la quale ſi nota; & con il medeſimo ordine ſi ſaperà la quantità del triangolo A H B, la quale è 54, & queſta ſi cauerà da $103\frac{4}{5}$ reſtarà $49\frac{4}{5}$ che à 324 riſulterà $373\frac{4}{5}$, & poi ſi dirà, per la regola del 3, ſe 324 hà vna ſpetie di proportione à $373\frac{4}{5}$, quale ſarà quel Numero conſeguente à 144, quadrato di 12? operando ſi trouarà eſſere $166\frac{2}{15}$, & la radice quadra di queſto auenimento ſarà la longhezza della linea, che deue ſeparare Titio da Lutio; cioè circa $12\frac{11}{12}$. Onde ſi porrà lo ſquadro nel punto F, talmente che i raggi viſiui ſtiano ad angolo retto con la linea A F, & de lì miriſi in infinito, & ſegniſi la F L, nella quale ſi tagliarà nel ſegno G vguale circa $12\frac{11}{12}$, di doue ſi trasportarà lo ſquadro con il medeſimo modo ad angolo retto nella F L, mirandoſi ſin tanto, che il raggio ſeghi la fronte B C, & lì ſi farà il ſegno K, rimettendo in fine lo ſquadro nel detto ſegno K, & ſi miri per lo dritto verſo al fiume equiſtante alla B H facendo ſegnare la K I, la quale è la diuidente tra Lutio, e Titio nella portione verſo i campi. Hora per ſegnare la linea, che ſepara Titio da Caio, ſi potrebbe far in più modi, ma tutti tornano in vno; però vſaremo al contrario di quello, che ſi fece tra Lutio, & Titio; cioè, che la linea diuidente diminuiſca il

Corrolario della 2. Propoſitione 7. Cap. 4. Trattato.

triangolo CNF di quella quantità, che ſpetta nel terminare la portione di Caio. Già di ſopra ſapiamo; che la D N è di longhezza 5 paſsi, & la C N 16, le quali linee ſtanno atorno all'angolo N retto del triangolo CND: onde per tal cognitione, il triangolo CND. ſarà di ſuperficie 40, la qual ſi caui da 117 $\frac{16}{25}$ portioni di Caio di quà dalla linea ɸ, & reſta 77 $\frac{16}{25}$ il quale ſi riſerui. poi trouiſi anchora la quantità del triangolo C N F, & queſto è facile: perche di ſopra fù trouato la longhezza della H N eſſere 18, che giunta con li 54 di F H faranno 72. & così conuiene eſſere la F N; dunque, per il modo detto, il triangolo C N F ſarà 576, & di queſto ſi caui il reſto riſeruato; per il che rimarrà 498 $\frac{9}{25}$ per il conſequente de 576: onde diremo, come di ſopra; ſe 576 hà vna ſorte di proportione à 498 $\frac{9}{25}$ quella medeſima ſorte di proportione tu haurai il quadrato della C N 256 à quello che ne verrà, che per la regola del 3 ſi trouarà eſſer 221 $\frac{37}{75}$, & la rad. quadrata di queſto auenimēto ſarà circa paſsi 14 $\frac{1}{2}$, è tanto doura eſſer longa la linea, che ſpera Titio da Caio verſo i cāpi. Onde ſi miſuraranno nella linea F L li detti paſsi 14 $\frac{1}{2}$, & lì ſi farà vn ſegno come L, oue ſi porrà lo ſquadro al modo ſolito, mirando nella fronte B C, & doue il raggio la ſeghi ſi farà porre il ſegno M, & di nuouo lì con lo ſquadro guardando ſi farà ſegnare la linea M R diuidente; per il che ſi cōcluderà la parte di quà della linea ɸ eſſer diuiſa, & la portione I K M R eſſer quella, che conuiene à Titio, cioè vguale à 124 $\frac{14}{25}$, & con l'iſperienza fatta diligentemente ſi vedrà così eſſere, & caſo che vi foſſe qual che differenza, per la imperfettione dell'operare, ſi compenſa, accioche ciaſcuno habbia il ſuo. Volendo poi diuidere la parte di là della linea ɸ verſo il fiume, ſi potrebbe vſare l'iſteſſe regole; nondimeno operaremo noi quì cōforme alla prima propoſitione del 7. Cap. del 4. Trattato per trouare i punti nella linea ɸ, oue deuono cadere le linee diuidenti: Di ſopra fù conchiuſo la parte di Lutio eſſere 28 $\frac{4}{5}$, di Titio 34 $\frac{14}{25}$, & di Caio 32 $\frac{16}{25}$. Prima ſegniſi la O E perpendicolare alla linea A D ɸ, la quale miſurata ſi truoui paſsi 6, & dà A in O paſsi 20, per il che la quantità del triangolo A O E, ſi trouarà eſſer 60; il che fatto, volendo aſsegnare la portione à Lutio veggaſi la proportione, che ſi ritroua trà 60, à 28 $\frac{4}{5}$,

3. Cap. di queſto.

la

la quale, operando per la ſeconda propoſitione del 8 Cap. ſi trouarà, come da 25 à 12 & queſto ſi nota, & poi ſi dica così, ſe 25 mi da 12, che mi darà 20? operando ſi trouarà che dà $9\frac{3}{5}$, & queſto auenimento di nuouo ſi multiplichi con 20, che farà 192, & la rad. quadrata di queſto ſi ſegni nel punto P lontano dal punto A circa 13 paſsi, & $\frac{23}{26}$ & de lì perpendicolarmente ſi ſegni la PQ & il triangolo APQ ſarà vguale à $28\frac{4}{5}$. hora, per la portione di Caio, ſi farà il medeſimo; cioè ſi vedrà quale proportione habbia 36, quantità del triangolo OED à $32\frac{5}{16}$ portione di Caio, che ſarà, come da 75 à 68; & perche OD è 12, trouiſi il conſeguente, come ſi è detto, che ſarà $10\frac{66}{75}$; & di nuouo multiplicato queſto contra 12 farà $130\frac{14}{25}$; & la radice di queſto ſarà circa 11 paſsi $\frac{1}{2}$, e tanto diſtante da D ſi ſegnarà il punto S, & de lì ſi mirarà equidiſtante alla OE, & ſi ſegnarà la ST, & il triangolo STD dourà eſſer vguale à $32\frac{16}{25}$, & così ſarà ſeparato Titio da Caio; onde finalmente ſi potrà poi dire la ſuperficie ABKIPQ eſſer di Lutio, QPIKMRSTE di Titio, & TSRMCD di Caio; & eſſer compartita l'alluuione come ſi richiede. *4. Tratt.*

Qui ſi potrebbe fare obiettione, che potendoſi nella portione di Lutio tirare vna ſol linea diuidente, con vnire la linea KI, & PQ; & che ſarebbe molto più lodeuole, hauendo Lutio nel medeſimo modo la ſua portione: & parimente ſi può dire delle linee diuidenti di Caio: ma io dirò, che in queſto caſo particolare ſi potrebbe ciò fare per la vicinanza delle due linee KI, & PQ: Nondimeno queſto ſarebbe poſsibile oſſeruare di raro, e noi dobbiamo ſeguitare quel modo che è poſsibile per il più, come altre volte habbiamo detto, & quando voleſsimo ſeruirci d'vna ſola linea diuidente doueresſimo guardarcine: accioche ſi mantenga quella proportione della fronte del fiume detta da noi nel 2. Cap. del 1. Trattato, la quale è, che chi è più vicino al fiume è ben conueniente, che habbia maggior adito, & chi è più lontano l'habbia minore; la onde, nel preſente caſo, ſe vna ſola foſſe la linea diuiden frà Lutio è Titio; & vna ſola trà Titio, & Caio, hauriano Lutio & Caio minor adito che ſi conuenga alle loro vicinità, & Titio n'hauerebbe maggior di quello, che ricerca la ſua lõtananza al fiume.

L'Agrimensore auertisca, che hauendo ritrouate le longhezze delle linee diuidenti potrà collocarle à i luoghi suoi dentro di essa alluuione col far le medesime operationi, che si sono fatte nel disegno posto nella margine.

Caso secondo di pratica.

Fig. seg.te al 191.

Sia la presente Alluuione ABCDEF, di molti interessati; con questo però, che conuenghino vna parte di loro, dalla linea DG in quà verso la sinistra parte di diuiderla in frà essi con le conditioni predette, & gli altri dall'altra parte si cōtentino, che così sia. Nondimeno segnisi dall'estremo di Lutio verso il fiume al cōfino di Titio si segna la linea AB, misurata passi 25, & dà Titio à Caio la BC passi 10, & la CD di Caio passi 10, & questi si notino, perche in questo caso guardando per C di punto B, & con il medesimo raggio vedendo D, si dirà che la C D è vna linea sola, poi dal punto A, si mira il punto F linea φ la quale si misurasino in G, 35 passi, & si notano; dopò questo si prenderà la misura di detta parte d'alluuione, la quale in prima s'essaminarà, se la linea DG è perpendicolare alla linea φ, & se l'angolo D è vguale all'angolo G come si è insegnato nel primo Caso del 6. Cap. di questo; & se ritrouarà la linea DG esser perpendicolare alla linea AF, & l'angolo D vguale all'angolo G: le due linee AG, BD, saranno sono equidistanti: misurisi anchora la DG, la quale sarà passi 20, & poi vniscasi l'A G 35 con B D 20 fanno 55; li quali multiplicati con 10 metà di D G il produtto sarà 550, e tanti passi superficiali sarà l'alluuio- ABCDG: & per il precedente caso si partirà secondo la proportione delle fronti, per il che verrà à Lutio $305 \frac{5}{9}$, à Titio $122 \frac{2}{9}$, & à Caio $122 \frac{2}{9}$. Hora per segnare le linee diuidenti in modo, che li spatij chiusi da loro, comprendino le dette quantità, bisogna trouare i punti, oue debbono terminare dette linee diuidenti acciochè siano separati l'vno dall'altro. Partiscasi $122 \frac{2}{9}$ per 20 l'auenimento sarà $6 \frac{1}{9}$ & tanto lontano dal punto G si farà il segno H, & di lì secondo il solito modo si porrà lo squadro, & si farà segnare la HI, & questa sarà la portione di Caio, vguale à $122 \frac{2}{9}$: per

trouare i punti della linea diuidente, che ſepara Lutio da Titio; cauiſi $122\frac{2}{9}$ da 550 reſtarà $427\frac{7}{9}$; & per la ſeconda dell'8. Capo trouiſi la proportione da $427\frac{7}{9}$ à $305\frac{5}{9}$. & ſarà come da 77 à 54, & queſti ſi noti: poi traggaſi $6\frac{1}{9}$ da 35 reſtarà $28\frac{8}{9}$ per la quantità dell'A H. Fatto queſto moltiplichinſi le tre linee AB, IH, & AH, cioè 25, 20, $28\frac{8}{9}$ in ſe medeſimi, che faranno 625, 400, $834\frac{46}{81}$ le quali multiplicationi ſe diuideranno poi nella proportione da 77 à 54, & la rad. quadra delli aueniméti $367\frac{48}{131}$, $235\frac{15}{131}$, $490\frac{5810}{10611}$ ſaranno le diſtanze dal punto A, al punto M, & dal punto H al punto N, & finalmente dal punto A al punto K: Onde poi con lo ſquadro ſi ſegnarà la K L, & la N M, & oue ſi ſegaranno le due linee ſegniſi il punto O: di modo che la ſuperficie A M O K conuiene à Lutio, M B I H K O à Titio, & I D G H à Caio, come biſognaua.

Hora, ſi come ſi promiſſe, ſi è dimoſtrato, che il vero modo del diuider l'alluuioni è il propoſto da noi, & ſi ſono poſti alcuni principij Geometrici indrizzati alla intentione noſtra: habbiamo poi trattato delle proportioni, & delle diuiſioni delle linee, & ſuperficie proportionatamente, & dopoi alcuni principij, che appartengono immediatamente all'alluuione; in oltre ſi ſono addutti i caſi, che ci ſono parſi baſteuoli: moſtrãdo con ragioni Geometriche, come s'habbino à diuidere, e tal hora anco con Pratica. Proponendo nell'vltimo due Caſi moſtrati tutti praticalmente. Voglia Dio, (dal quale io riconoſco quanto di buono per me ſi è compoſto, e ſcritto) che queſta fatica mia faccia quel giouamento, che è ſtato la principal mia intentione. O almeno apra la ſtrada per la quale, i più intendenti di me, poſsino eſsi caminando arriuare à quel termine, al quale io, forſe, non hò potuto aggiungere, colpa dell'imperfettione mia.

IL FINE.

TAVOLA DELLI CAPI CHE NELLA PRESENTE OPERA SI CONTENGONO.

Trattato Primo.

Della intentione dell'Autore. Cap. 1. Faccia 1
Due conditioni conueniente al modo della diuisione. Cap. 2. 3
Che in tutti i Casi d'alluuioni è possibile l'adito al fiume. Cap. 3. 6
Di due inconuenienti, che seguitano non si osseruando la proportione. Cap. 4. 8
A chi s'aspetti trattare del modo del diuidere l'alluuione. Cap. 5. 9
Contra l'opinione de gli Agrimensori. Cap. 6. 11
Contra l'opinione di Bartolo. Cap. 7. 12
Di tre essempij d'un Caso diuiso secondo gli Agrimensori, secondo Bartolo, & l'Autore. Cap. 8. 16
Primo essempio della diuisione de gli Agrimensori. 17
Secondo essempio della diuisione di Bartolo. 18
Terzo essempio della diuisione dele' Autore. 20

Trattato Secondo.

Delle Diffinitioni. Cap. 1. 22
Delle Dimande. Cap. 2. 34
Delle Dignità. Cap. 3. 38
Delle Propositioni per la diuisione dell'angolo. Cap. 4. 40

Delle Propositioni per la perpendicolare. Cap. 5. 43
Delle Propositioni delle parallele. Cap. 6. 48
Delle Propositioni del parallelogrammo. Cap. 7. 52
Delle Propositioni del quadrato. Cap. 8. 58

Trattato Terzo.

Delle diffinitioni delle Proportioni, & delle loro diuisioni. Cap. 1. 63
Della Proportione irrationale. Cap. 2. 66
Della Proportione della maggiore, & minore inegualità. Cap. 3. 69
Delle Denominationi delle proportioni rationali. Cap. 4. 73
In che maniera si conoscano i numeri della proportione per gli suoi nomi. Cap. 5. 76
Essendo proposto due quantità nelli numeri, come in quelli si conosca la proportione. Cap. 6. 77
Quello che sia proportionalità, & disproportionalità. Cap. 7. 80
Essendo proposto à noi due proportioni, come si conosca la proportione, che di quelle sarà composta. Cap. 8. 81
Come si diuida vna proportione in due parti vguali. Cap. 9. 84
Della compositione delle proportioni, & della proportione di quelle. Cap. 10. 84
Compositioni de i termini delle proportioni. Cap. 11. 85
Per il noto nelle proportioni posiamo conoscere l'ignoto. Cap. 11. 90
Del diuidere vna quantità nota secondo vna data, ò più proportioni note. Cap. 13. 91

Trattato Quarto.

Delle Diffinitioni. Cap. 1. 94
Delle Dimande. Cap. 2. 96

Del diuidere vna linea in due parti ineguali. Cap. 3. 97

Delle propositioni del diuidere il parallelogrammo rettangolo con proportione. Cap 4. 100

Del constituire vn rettilineo simile ad vno, & vguale ad vn'altro. Cap. 5. 105

Del trouare la quarta proportionale, & l'eccesso di due rettilinei dati. Cap. 6. 108

Del diminuire, & accrescere vn triangolo. Cap. 7. 110

Di due piani commensurabili, per trouare la proportione ne i numeri. Cap. 8. 117

Trattato Quinto.

Delle diffinitioni appartenenti all'alluuioni. Cap. 1. 122

Delle dimande appartenenti à ridurre l'alluuione in rettilineo. Cap. 2. 124

Delle dimande appartenenti al far vn parallelogrãmo vguale al terreno dell'alluuione. Cap. 3. 133

Della dimanda del fare vn rettilineo vguale al parallelogrammo, & simile alla figura regolata dell'alluuione. Cap. 4. 137

Delle dimande appartenenti all'applicare le linee diuidenti alla figura dell'alluuione. Cap. 5. 138

De i Casi dell'alluuioni d'vna sola ripa. Cap. 6. 141

De i Casi di due ripe. Cap. 7. 148

De i Casi di tre ripe. Cap. 8. 166

Del Caso di quattro ripe. Cap. 9. 179

Del Caso di cinque ripe. Cap. 10. 182

Del Caso di sei ripe. Cap. 11. 184

Del Caso di noue ripe. Cap. 12. 186

Di duo Casi di pratica. Cap. 13. 190

ERRORI OCCORSI NEL STAMPARE

Faccia, Righe, Errore, Correttione.

21. 2. Caso xiiii, Cap. xii.
41. 15. constituita, constituito.
52. 7. GN, GH.
56. 24. parallelogrammo, il parallelogrammo.
59. 17. adunque, onde.
63. 14. propositione, proportione.
69. 14. se hà, se hà vno &.
70. 7. auanti, auanzi.
80. 8. che, che si.
83. 30. vgali, vguali.
88. 13. duplicata, quadrupla.
88. 18. colindri, cilindri.
88. 30. propositione, propositione, del 7. Cap.
99. 31. A, AB.
100. 33. AC, AB.
101. 1. AC, AB,
101. 5. AB, AC.
101. 20. AC, AB. AC, AB.
104. 12. nel quinto, nel 7. Cap. di questo.
116. 19. linena, linea.
129. 19. notare ogni, notare i confini d'ogni.
134. 1. misurare, misurare il.
147. 15 DC, dc.
147. 17. AB, ab. al DC, al dc.
147. 17. C, c.
152. 7. ortione, portione.
153. 26. M, MN.
160. 16. la linea, le linee.
163. 12. C, c.
163. 15 B, b.
164. 20. bf, bd.
164. 21. fb, bd.
165. 11. BF, bF.
173. 16. per 38. per la 38.
180. 27. prolongae, prolongare.
180. 30. accrescere o, accrescere, ò.
182. 8. alla, allo.
182. 22. riserua, riserui.
183. 5. quello y, quello di y.
184. 27. ON, OP. ON, OP.
185. 2. gli, i.
287. 6. er l, per il primo, er l, se è vgale.
189. 17. Euclifte, Euclide.
195. 18. che à 324. che aggiunte à 324.
198. 13. si segna la, la.
198. 15. di, il.
198. 21. se, se si.

Registro.

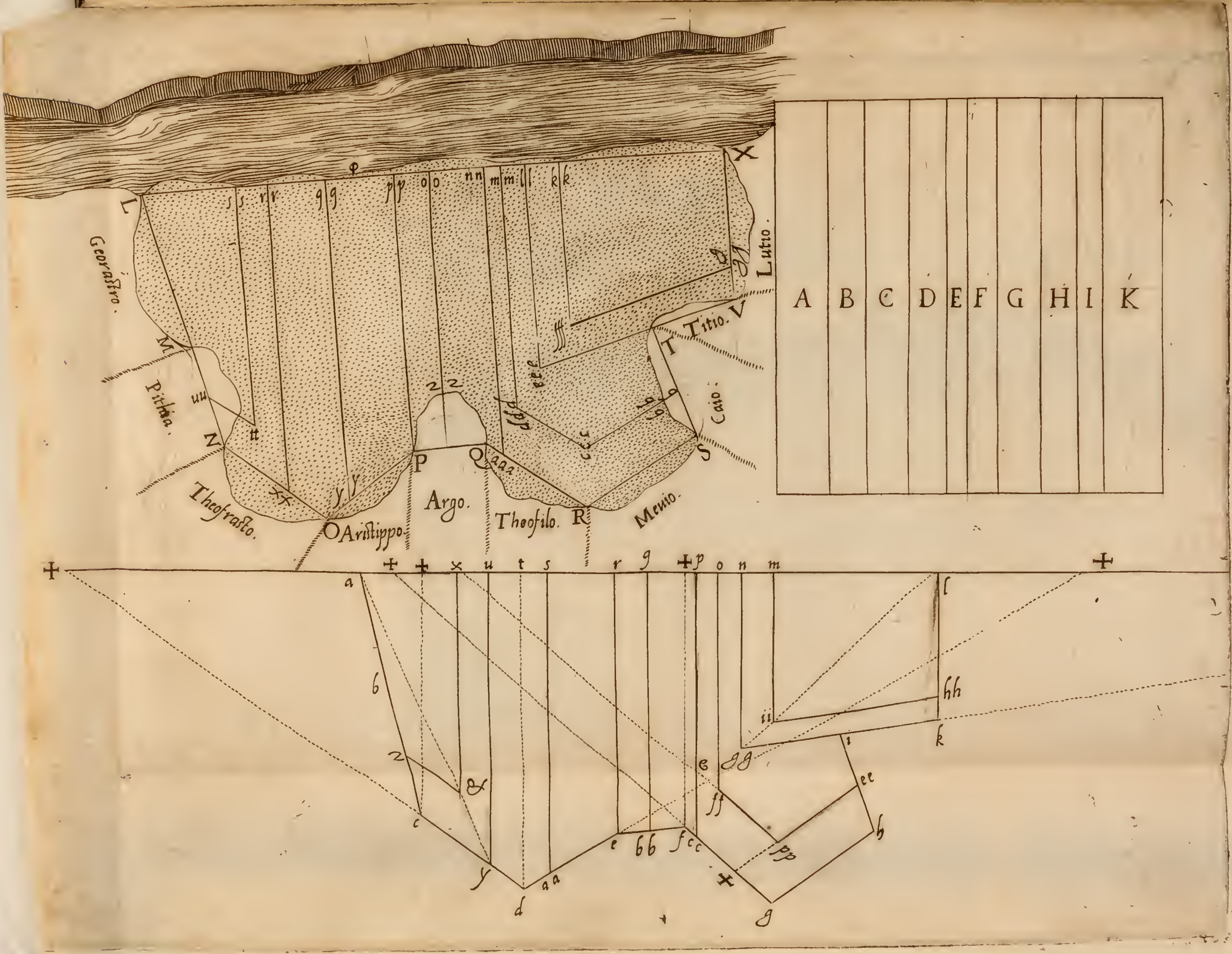
†ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVXYZAABB()

Tutti son duerni, eccetto () che è solo.

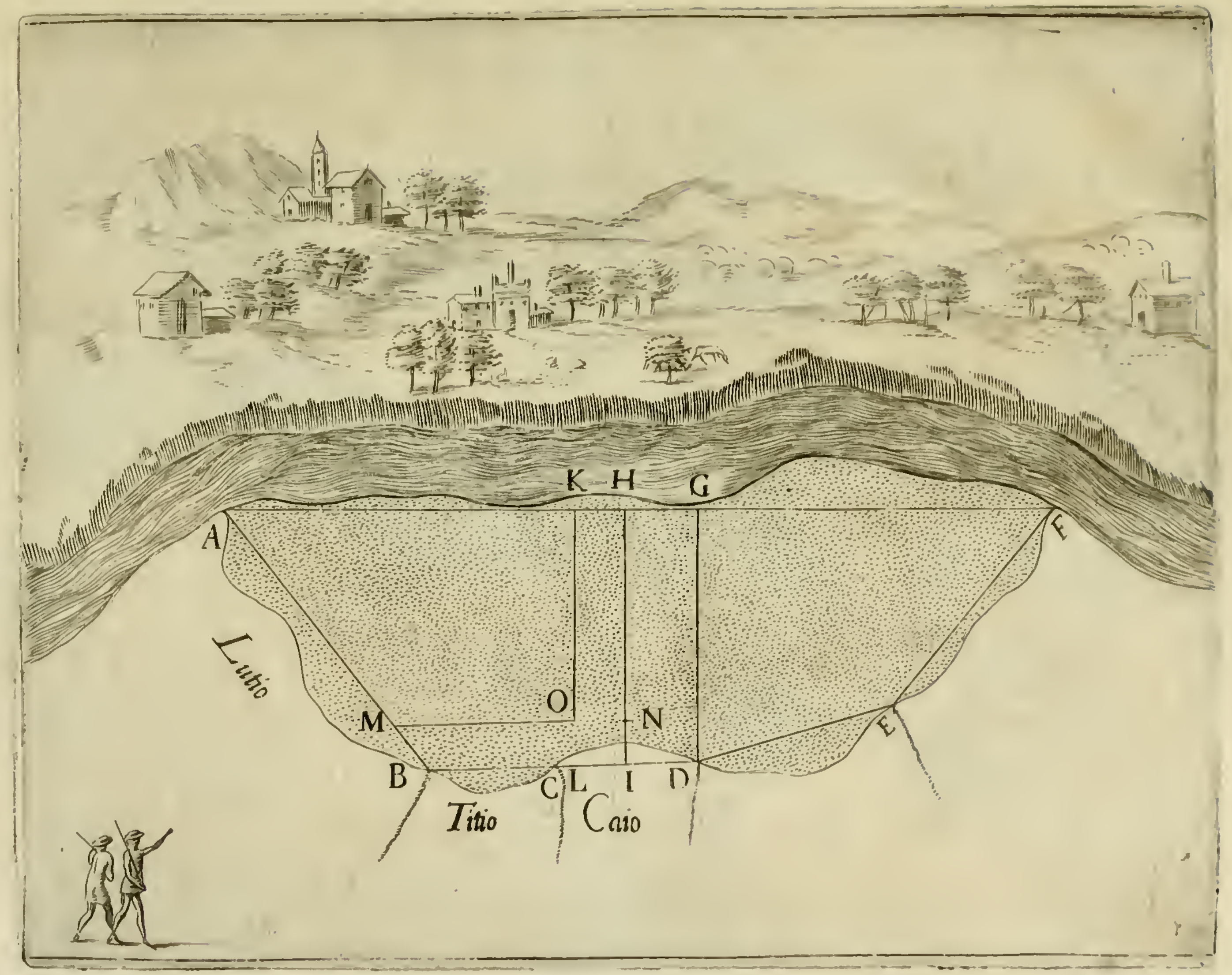
IN BOLOGNA.

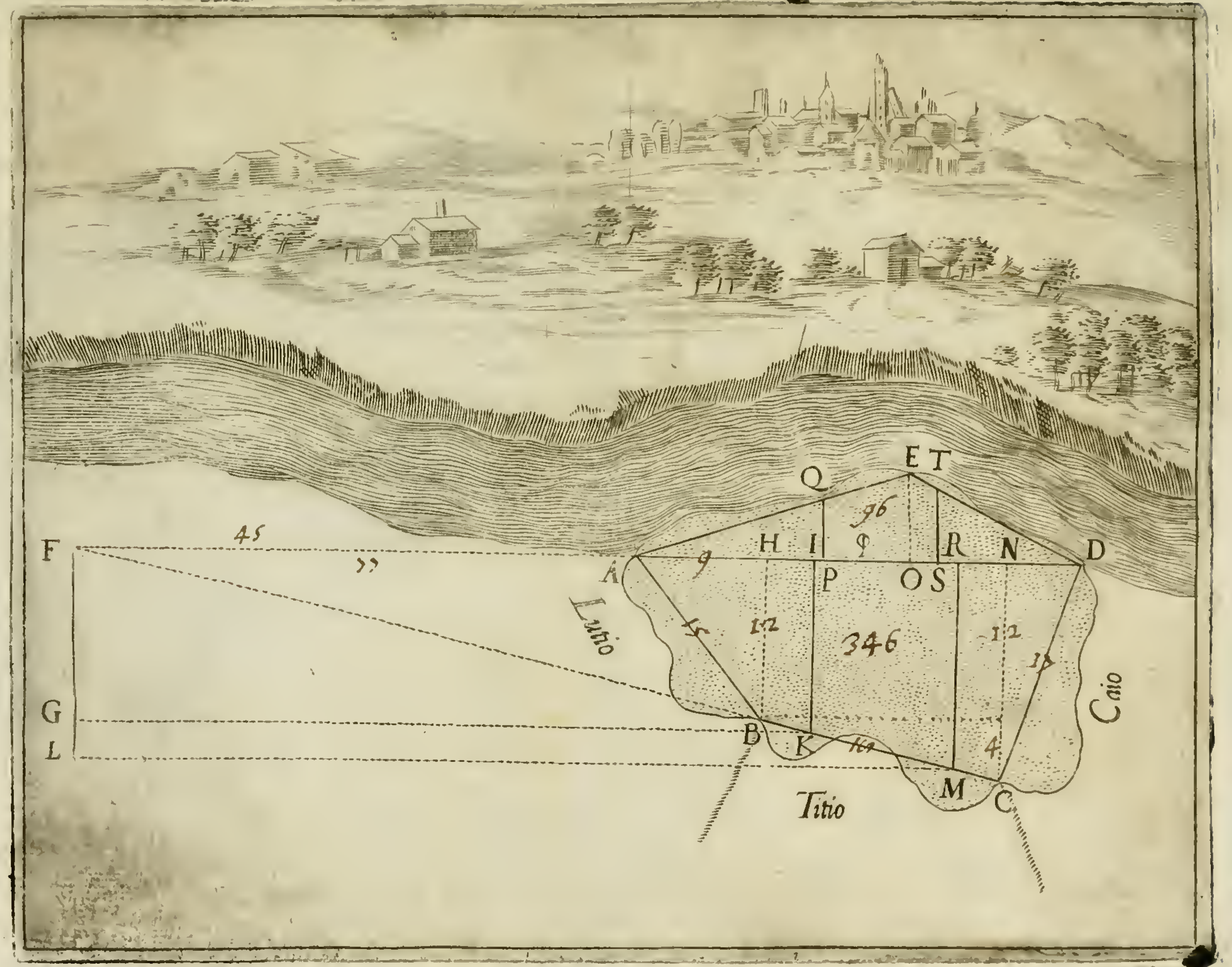
Per Giouanni de' Rossi, dell'Anno M D LXXIX.

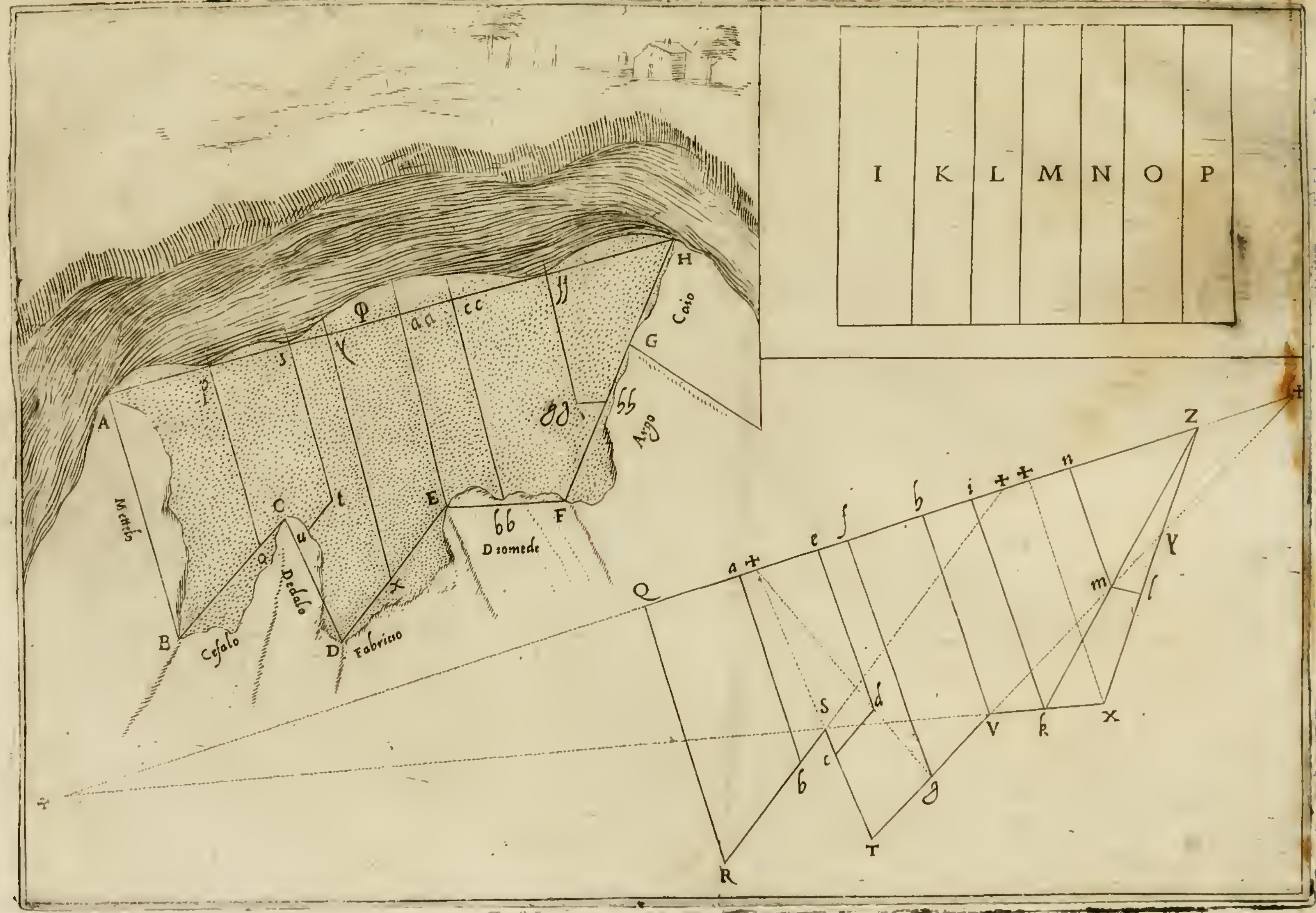
Con licenza de' Superiori.



Georgastro
Pithia
Theofrasto
O Aristippo
Argo
Theofilo
R
Menio
Caio
Titio. V
Lutio
X
L
M
N
P
Q
S
T
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K


K H G
A
F
Lutio
O
M
N
E
B
C L I D
Titio
Caio


Lutio
Titio
Caio
A
B
C
D
E T
F
G
L
H
I
K
M
N
O S
P
Q
R
45
9
96
346
12
12
4
15



I K L M N O P
Mettelo
Cefalo
Dedalo
Fabritio
Diomede
Aigo
Caio